MATEMATIKA HELYI TANTERV

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a

fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematika tantárgy számos lehetőséget kínál a tantárgyon belüli kapcsolatok bemutatására, ami változatossá teszi a reprezentációkat, és biztosítja az ismeretek, módszerek, stratégiák folyamatos ismétlését, mélyítését.

A reprezentációk variálását, a tanulók motiválását, a matematikai alkalmazások bemutatását nagyban segítik a számítógépes eszközök, a matematikatanítást segítő matematikai szoftverek, valamint kifejezetten a tananyaghoz készült informatikai segédeszközök.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátukétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak

kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismerteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János. A kerettanterv ezen kívül is több helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Tananyagbeosztás

5–8. évfolyamokon a humán és reál irányultságú osztályok eltérő óraszámban tanulják a matematikát. A **humán** osztályokban a **feketével**, a **reál** osztályokban a **kékkel (zárójelben) jelölt** számok az irányadóak. Mind a reál mind a humán irányultságú osztályok helyi tanterve az általános kerettantervre épül, a 6. évfolyamon heti egy órával többet tanítunk a törvényes minimumnál. Ezt a többletórát az elsajátítandó ismeretek elmélyítésére, gyakorlásra fordítjuk. A reál irányultságú 5., 7. és 8. osztályokban heti 1, a 6. osztályban heti 2 órával többet tanítunk a minimumhoz képest, ezeket a többletórákat részben az ismeretek elmélyítésére, részben versenyfelkészítésekre használjuk. Ezekben az osztályokban szorgalmazzuk az ABACUS matematikai folyóirat olvasását, a benne kitűzött feladatok versenyszerű megoldását.

Témakörök	**5. évfolyam heti 4 (5) óra**	**6. évfolyam heti 4 (5) óra**	**7. évfolyam heti 3 (4) óra**	**8. évfolyam heti 3 (4) óra**
Gondolkodási módsz.	**3(6)+foly.**	**5(7)+foly.**	**8(12) + foly.**	**10(14) + foly.**
Számtan, algebra	**78(92)**	**74(92)**	**42(54)**	**33(40)**
Geometria	**38(48)**	**34(42)**	**33(42)**	**32(38)**
Függvények, sorozatok	**9(12)**	**12(14)**	**10(12)**	**15(22)**
Statisztika, valószín.	**6(10)**	**8(12)**	**6(10)**	**7(12)**
Ismétlés, ellenőrzés	*10(12)*	*11(13)*	*9(14)*	*11(18)*
Összesen	**144(180)**	**144(180)**	**108(144)**	**108(144)**

5. évfolyam

A felső tagozaton az eddig megszerzett tudást és kompetenciákat kell elmélyíteni és kiterjeszteni. A mindennapi élet problémamegoldásához szükséges képességek és ismeretek elsajátítása mellett legalább ugyanilyen fontos, hogy a matematikatanulás szolgálja egy jól működő gondolkodásmód, egy tanulási stratégia, ítélőképesség, megértés és sok általánosabb pozitív emberi tulajdonság formálását is.

Fontos feladat a tanulás tanítása, az elsajátítás képességének (emlékezet, figyelem, koncentráció, lényegkiemelés stb.) fejlesztése. Meg kell ismertetni a matematika bevált tanulási módszereit.

A matematikai gondolkodásmódot fel kell használni a problémamegoldások során. Ehhez szükséges megfelelő szemléltető ábrákat, diagramokat, grafikonokat készíteni, ilyeneket értelmezni, elemezni és felhasználni; halmazokat jellemezni, szabályszerűségeket észrevenni, általánosító sejtéseket, állításokat megfogalmazni.

Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztése folyamatos feladatunk. Ehhez szükséges másokkal problémamegoldásban együttműködni, gondolatainkat, a megismert fogalmakat rendszerezni. A modellalkotás fontos eszköz, amely segítséget nyújt a problémák megoldásában. Fontos, hogy a tanulók a modellalkotásaik során a megértett és megtanult fogalmakat és eljárásokat fel tudják használni, és a modellekbe szervesen be tudják építeni. Szükséges, hogy problémahelyzetet leíró szöveg alapján a probléma lényegét felismerjék, majd annak megfelelő, a probléma megoldását elősegítő modelleket alkossanak. Fokozatosan fejleszteni kell a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását.

5. osztályban bővül a számkör a nagy számokkal, törtekkel, egész számokkal. A tanulók rendszerezik és elmélyítik a műveletekkel kapcsolatos ismereteket, különös tekintettel a műveletek fogalmára, a szöveges feladatok matematikai modelljének megalkotására. Gyakorolják a hétköznapi életben előforduló mennyiségek becslését, más, tanult mértékegységbe való átváltását. Tájékozódnak síkban és térben, megismerik az egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat. Fejlődik az alaklátásuk, térszemléletük.

A humán osztályokban a **feketével**, a reál osztályokban a **kékkel (zárójelben) jelölt** számok az irányadóak.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 3(6)folyamatos
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatás-sal).	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése. A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése, értelmes, interaktív használatának fejlesztése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése. Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése. Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása. Kommunikáció fejlesztése. A saját képességek és műveltség fejlesztésének igénye.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Elemek elrendezése, rendszerezése adott szempont(ok) szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. Néhány elem kiválasztása.	A kombinatorikus gondolkodás, a célirányos figyelem kialakítása, fejlesztése.	
Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján.	A helyes halmazszemlélet kialakítása. A megfigyelőképesség	

A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része. Két véges halmaz egyesítése.	fejlesztése: Tárgyak tulajdonságainak kiemelése, összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés, osztályokba sorolás, tulajdonságok szerint, az érzékszervek tudatos működtetésével. A közös tulajdonságok felismerése, tagadása.	
Változatos tartalmú szövegek értelmezése. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata (pl. egyenlő; kisebb; nem nagyobb, nem kisebb, nagyobb; több; kevesebb; nem; és; vagy; minden; van olyan, legalább, legfeljebb).	Értő, elemző olvasás fejlesztése. Kommunikáció fejlesztése a nyelv logikai elemeinek használatával. A lényegkiemelés, a szabálykövető magatartás fejlesztése.	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés.
A tanultakhoz kapcsolódó igaz és hamis állítások.	A matematikai logika nyelvének megismerése, tudatosítása.	*Magyar nyelv és irodalom*: a lényegkiemelés képességének fejlesztése.
Megoldások megtervezése, eredmények ellenőrzése.	Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének a kialakítása.	
Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Definíció megértése és alkalmazása.	Kommunikációs készség, lényegkiemelés fejlesztése.	*Magyar nyelv és irodalom*: lényegkiemelés fejlesztése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, közös rész, igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, legalább, legfeljebb.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 78(92)
Előzetes tudás	Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Római számok írása, olvasása. Negatív számok a mindennapi életben (hőmérséklet, adósság). Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése. Számok helye a számegyenesen. Számszomszédok, kerekítés. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása. A hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérése. Átváltások szomszédos mértékegységek között. Mérőeszközök használata. Matematikai jelek: +, –, •, :, =, <, >, ( ). A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Fejben számolás százas számkörben. A szorzó- és bennfoglaló tábla biztos tudása. Összeg, különbség, szorzat, hányados fogalma. Műveletek tulajdonságai, tagok, illetve tényezők felcserélhetősége. Műveleti sorrend. Négyjegyű számok összeadása, kivonása, szorzás és osztás egy- és kétjegyű számmal írásban. Műveletek ellenőrzése. Szöveges feladat: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Páros és páratlan számok, többszörös, osztó, maradék fogalma. Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése, készségszintre emelése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása. Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelt és tényleges	

	megoldás összevetése. Egyszerűsített rajz készítése lényeges elemek megőrzésével. Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Pénzügyi ismeretek alapozása. Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Természetes számok milliós számkörben, egészek, törtek, tizedes törtek. Alaki érték, helyi érték. Számlálás, számolás. Hallott számok leírása, látott számok kiolvasása. Számok ábrázolása számegyenesen.	Számfogalom mélyítése, a számkör bővítése. Kombinatorikus gondolkodás alapelemeinek alkalmazása számok kirakásával.	
Negatív szám értelmezése: – adósság, – fagypont alatti hőmérséklet, – földrajzi adatok (magasságok, mélységek).	Készpénz, adósság fogalmának továbbfejlesztése. Mélységek és magasságok értelmezése matematikai szemlélettel.	*Természetismeret; hon- és népismeret*: földrajzi adatok vizsgálata. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: időtartam számolása időszámítás előtti és időszámítás utáni történelmi eseményekkel.
Összeadás, kivonás szóban, (fejben) és írásban, szemléltetés számegyenesen.	Számolási készség fejlesztése.	*Természetismeret*: összehasonlítás, számolás földrajzi adatokkal: tengerszint

Ellentett, abszolút érték.		alatti mélység, tengerszint feletti magasság szűkebb és tágabb környezetünkben (a Földön).
Közönséges tört fogalma.	A közönséges tört szemléltetése, kétféle értelmezése, felismerése szöveges környezetben.	
Tizedes tört fogalma. A tizedes törtek értelmezése. Tizedes törtek jelentése, kiolvasása, leírása.	Helyiérték-táblázat használata. Mennyiségek kifejezése tizedes törtekkel: dm, cl, mm…	
Egész számok, pozitív törtek helye a számegyenesen, nagyságrendi összehasonlítások.	Matematikai jelek értelmezése (<, >, = stb.) használata.	
Összeadás, kivonás az egészek és a pozitív törtek körében. Természetes számmal szorzás, osztás a törtek körében (0 szerepe a szorzásban, osztásban).	Számolási készség fejlesztése. A műveletekhez kapcsolódó ellenőrzés igényének és képességének fejlesztése. Önellenőrzés, önismeret fejlesztése.	
Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel.	A műveletfogalom mélyítése. A számolási készség fejlesztése gyakorlati feladatokon keresztül.	
Összeg, különbség, szorzat, hányados változásai.	Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Algoritmikus gondolkodás fejlesztése.	
Műveleti tulajdonságok, a helyes műveleti sorrend. Műveletek eredményeinek előzetes becslése, ellenőrzése, kerekítése.	Egyszerű feladatok esetén a műveleti sorrend helyes alkalmazási módjának felismerése, alkalmazása. Az egyértelműség és a következetesség fontossága.	

	Az ellenőrzési és becslési igény fejlesztése.	
Szorzásra, osztásra vezető, az egységhez viszonyított egyszerű arányos következtetések. A mindennapi életben felmerülő, egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel.	A következtetési képesség fejlesztése. Értő, elemző olvasás fejlesztése. Annak megfigyeltetése, hogy az egyik mennyiség változása milyen változást eredményez a hozzá tartozó mennyiségnél.	*Hon- és népismeret; természetismeret*: Magyarország térképéről méretarányos távolságok meghatározása. A saját település, szűkebb lakókörnyezet térképének használata.
Szabványmértékegységek és átváltásuk: hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg. Matematikatörténeti érdekességek: a hatvanas számrendszer kapcsolata idő mérésével.	Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzésének fejlesztése (pl. napirend, vásárlás). Az arányosság felismerése mennyiség és mérőszám kapcsolata alapján. Kreatív gondolkodás fejlesztése. Mennyiségi következtetés, becslési készség fejlesztése.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: főzésnél a tömeg, az űrtartalom mérése. *Hon- és népismeret; természetismeret*: ősi magyar mértékegységek.
Szöveges feladatok megoldása. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó rövidebb és hosszabb szövegek feldolgozása.	Szövegértés fejlesztése: Egyszerű matematikai problémát tartalmazó és a mindennapi élet köréből vett szövegek feldolgozása. Algoritmikus gondolkodás fejlesztése, gondolatmenet tagolása. Emlékezés elmondott, elolvasott történetekre, emlékezést segítő ábrák, vázlatok, rajzok készítése, visszaolvasása.	*Magyar nyelv és irodalom*: olvasási és megértési stratégiák kialakítása (szövegben megfogalmazott helyzet, történés megfigyelése, értelmezése, lényeges és lényegtelen információk szétválasztása).

		Vizuális kultúra: elképzelt történetek vizuális megjelenítése különböző eszközökkel.
Osztó többszörös fogalma, meghatározása egyszerű esetekben.		
Osztó, többszörös alkalmazása.	A tanult ismeretek felhasználása a törtek egyszerűsítése, bővítése során. Számolási készség fejlesztése.	
Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során.	Számolási készség fejlesztése. Feladatok a mindennapi életből: lakás festése, járólapozása, tejes doboz térfogata, teásdoboz csomagolása stb.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tízes számrendszer, helyi érték, alaki érték, számegyenes, összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, osztandó, osztó, hányados, maradék. Közös osztó, közös többszörös. Kerekítés, becslés, ellenőrzés. Negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték. Közönséges tört, számláló, nevező, közös nevező, tizedes tört. Mértékegységek.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Függvények, az analízis elemei**	**Órakeret 9(12)**
Előzetes tudás	Szabályfelismerés, szabálykövetés. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek	

	pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése. Probléma felismerése. Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Helymeghatározás gyakorlati szituációkban, konkrét esetekben. A Descartes-féle derékszögű koordinátarendszer. *Matematikatörténet*: Descartes.	Megadott pont koordinátáinak leolvasása, illetve koordináták segítségével pont ábrázolása a Descartes-féle koordináta-rendszerben. Sakklépések megadása, torpedó játék betű-szám koordinátákkal. Osztálytermi ülésrend megadása koordinátarendszerrel. Tájékozódási képesség fejlesztése.	*Természetismeret:* tájékozódás a térképen.
Egyszerű grafikonok értelmezése.	Eligazodás a mindennapi élet egyszerű grafikonjaiban.	*Természetismeret:* időjárás grafikonok.
Sorozat megadása a képzés szabályával, illetve néhány elemével. Példák konkrét sorozatokra. Sorozatok folytatása adott szabály szerint.	Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, koordináta-rendszer, táblázat, grafikon.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 38(48)
Előzetes tudás	Vonalak (egyenes, görbe). Hosszúság és távolság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Háromszög, négyzet, téglalap, jellemzői. Kör létrehozása, felismerése, jellemzői. Egyszerű tükrös alakzat, tengelyes szimmetria felismerése. A test és a síkidom megkülönböztetése. Kocka, téglatest, jellemzői. Négyzet, téglalap kerülete. Mérés, kerületszámítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Térelemek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése. Rendszerező-képesség, halmazszemlélet fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: adatfelvétel, vázlatrajz, megszerkeszthetőség vizsgálata, szerkesztés). Számolási készség fejlesztése. A szaknyelv helyes használatának fejlesztése. A geometriai jelölések pontos használata. Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A tér elemei: pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.	A tanult térelemek felvétele és jelölése.	
Párhuzamosság, merőlegesség, konvexitás. Síkidomok, sokszögek (háromszögek, négyszögek) szemléletes fogalma.	Síkidomok, tulajdonságainak vizsgálata, közös tulajdonságok felismerése.	*Vizuális kultúra*: párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben. *Hon- és népismeret*: népművészeti minták, formák.
A távolság szemléletes fogalma, adott tulajdonságú pontok keresése. Két pont, pont és egyenes távolsága. Két egyenes távolsága. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok.	Körző, vonalzók helyes használata, két vonalzóval párhuzamosok, merőlegesek rajzolása. Törekvés a szaknyelv helyes használatára (legalább, legfeljebb, nem nagyobb, nem kisebb…)	*Vizuális kultúra*: térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.
Kör, gömb szemléletes fogalma. Sugár, átmérő.	Körök, minták megjelenésének vizsgálata a környezetünkben, előfordulásuk a művészetekben és a gyakorlati életben. Díszítőminták szerkesztése körzővel.	*Természetismeret*: földgömb. *Testnevelés és sport*: tornaszerek: (labdák, karikák stb.). *Vizuális kultúra*: építészetben alkalmazott térlefedő lehetőségek (kupolák, víztornyok stb.).

A szög fogalma, mérése. Szögfajták. A szög jelölése, betűzése. *Matematikatörténet*: görög betűk használata a szögek jelölésére, a hatvanas számrendszer kapcsolata a szög mérésével.	Szögmérő használata. Fogalomalkotás képességének kialakítása, fejlesztése. Törekvés a pontos munkavégzésre. Az érdeklődés felkeltése a matematika értékeinek, eredményeinek megismerésére.	*Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: görög „abc” betűinek használata.
Téglalap, négyzet rajzolása.	Gyakorlati példák a fogalmak mélyebb megértéséhez.	*Technika, életvitel és gyakorlat*; *vizuális kultúra*: párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben (sínpár, épületek, bútorok, képkeretek stb. élei).
Téglalap, négyzet kerülete, területe.	Adott alakzatok kerületének, területének meghatározása méréssel, számolással. Számolási készség fejlesztése.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: Udvarok, telkek kerülete. Az iskola és az otthon helyiségeinek alapterülete.
Háromszög, négyszög sokszög belső és külső szögeinek összege.	A belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek megszerzése tapasztalati úton. Az összefüggések megfigyeltetése méréssel. Megfigyelőképesség fejlesztése.	
Sokszögek kerülete.	Kerület meghatározása méréssel, számolással. A matematika és gyakorlati élet közötti kapcsolat felismerése.	
Kocka, téglatest tulajdonságai,	Testek építése, tulajdonságaik	*Technika, életvitel és*

hálója. Téglatest (kocka) felszínének és térfogatának kiszámítása.	vizsgálata. Rendszerező képesség, halmazszemlélet fejlesztése. Testek csoportosítása adott tulajdonságok alapján. Térszemlélet fejlesztése térbeli analógiák keresésével.	*gyakorlat*: téglatest készítése, tulajdonságainak vizsgálata. *Vizuális kultúra*: egyszerű tárgyak, geometriai alakzatok tervezése, makettek készítése.
Derékszögű háromszög területe. Terület meghatározás átdarabolással.	Megfigyelőképesség fejlesztése.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Pont, egyenes, szakasz, félegyenes, sík, merőlegesség, párhuzamosság, szögfajták. Távolság. Síkidom, sokszög, kör, test, csúcs, él, lap, szög, gömb. Konvexitás. Kerület, terület, felszín, testek hálója, térfogat.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Statisztika, valószínűség**	**Órakeret 6(10)**
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések. Biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési	A statisztikai gondolkodás fejlesztése.	

céljai	A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Megfigyelőképesség, az összefüggés-felismerő képesség, elemzőképesség fejlesztése.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi játékok és kísérletek dobókockák, pénzérmék segítségével.	Valószínűségi és statisztikai alapfogalmak szemléleti alapon történő kialakítása. A figyelem tartósságának fejlesztése. Kommunikáció és együttműködési készség fejlesztése a páros, ill. csoportmunkákban. Valószínűségi kísérletek végrehajtása.	
Adatok tervszerű gyűjtése, rendezése. Egyszerű diagramok, értelmezése, táblázatok olvasása, készítése.	Tudatos és célirányos figyelem gyakorlása. Elemzőképesség fejlesztése a napi sajtóban, különböző kiadványokban található grafikonok, táblázatok felhasználásával.	
Átlagszámítás néhány adat esetén (számtani közép).	Az átlag lényegének megértése. Számolási készség fejlődése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat, diagram, átlag.	

A fejlesztés várt eredményei az 5. évfolyam végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján, részhalmaz felírása, felismerése. – Két véges halmaz közös része, két véges halmaz egyesítése, ezek felírása, ábrázolása. – Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. – Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. – Állítások igazságának eldöntésére, igaz és hamis állítások megfogalmazása. – Összehasonlításhoz szükséges kifejezések helyes használata. – Néhány elem összes sorrendjének felsorolása. *Számtan, algebra* – Racionális számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. – Ellentett, abszolút érték felírása. – Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. – Két-három műveletet tartalmazó műveletsor eredményének kiszámítása, a műveleti sorrendre vonatkozó szabályok ismerete, alkalmazása. Zárójelek alkalmazása. – Szöveges feladatok megoldása következtetéssel. – Becslés, ellenőrzés segítségével a kapott eredmények helyességének megítélése. – A hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg szabványmértékegységeinek ismerete. Mértékegységek egyszerűbb átváltásai gyakorlati feladatokban. Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során. *Összefüggések, függvények, sorozatok* – Tájékozódás a koordinátarendszerben: pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. – Egyszerűbb grafikonok, elemzése. – Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint, szabályok felismerése, megfogalmazása néhány tagjával elkezdett sorozat esetén.

	Geometria – Térelemek, félegyenes, szakasz, szögtartomány, sík, fogalmának ismerete. – A geometriai ismeretek segítségével a feltételeknek megfelelő ábrák rajzolása. A körző, vonalzó célszerű használata. – A tanult síkbeli és térbeli alakzatok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában. – Téglalap kerületének és területének kiszámítása. – A téglatest felszínének és térfogatának kiszámítása. – A tanult testek térfogatának ismeretében mindennapjainkban található testek térfogatának, űrmértékének meghatározása. *Valószínűség, statisztika* – Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. – Néhány szám számtani közepének kiszámítása. – Valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása.

6. évfolyam

6. osztályban a törtek, negatív számok fogalmának szintézise, a műveletek kiterjesztése révén alakul a racionális számok halmazának fogalma. Az oszthatóság témakör jó lehetőséget ad a halmazokkal, a logikával kapcsolatos ismeretek alkalmazására. Az absztrakció fejlődését segíti elő a szöveges feladatok rajzos modelljeinek megalkotása. A problémamegoldás általános lépéseit követik a szöveges feladatok megoldásának lépései. A szimbolikus gondolkodás kialakulását segíti a transzformáció tanítása, az alakzatok tulajdonságainak megfigyelése, azok közötti összefüggések felfedezése. A 6. osztály egyik fő témája az arányossági szemlélet kialakítása, az egyenes arányosság, a törtrész-számítás, ezen alapulva a százalékszámítás tanítása következtetéssel. A szimbólumok használatát készíti elő a sorozatok alkotása képzési szabály alapján, az egyszerű nyitott mondatok felírása.

A humán osztályokban a **feketével**, a reál osztályokban a **kékkel (zárójelben) jelölt** számok az irányadóak.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok**	**Órakeret 5(7)folyamatos**
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. Részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része, egyesítése. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása az összes eset megtalálása (próbálgatással).	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése. A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése, értelmes, interaktív használatának fejlesztése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése.	

	Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése. Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása. Kommunikáció fejlesztése. A saját képességek és műveltség fejlesztésének igénye.

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Elemek elrendezése, rendszerezése adott szempont(ok) szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. Néhány elem kiválasztása.	A kombinatorikus gondolkodás, a célirányos figyelem kialakítása, fejlesztése.	
Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalom alkalmazása. Két véges halmaz közös részének, két véges halmaz egyesítésének alkalmazása.	A helyes halmazszemlélet alakítása. A megfigyelőképesség fejlesztése: Tárgyak tulajdonságainak kiemelése, összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés, osztályokba sorolás, tulajdonságok szerint, az érzékszervek tudatos működtetésével. A közös tulajdonságok felismerése, tagadása.	*Informatika*: könyvtárszerkezet a számítógépen.
Változatos tartalmú szövegek értelmezése. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata (pl. egyenlő; kisebb; nagyobb; több; kevesebb; nem;	Értő, elemző olvasás fejlesztése. Kommunikáció fejlesztése a nyelv logikai elemeinek használatával. A lényegkiemelés, a szabálykövető magatartás	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés.

és; vagy; minden; van olyan, legalább, legfeljebb).	fejlesztése.	
Példák a biztos, a lehetséges és a lehetetlen bemutatására. A tanultakhoz kapcsolódó igaz és hamis állítások.	A matematikai logika nyelvének megismerése, tudatosítása.	*Magyar nyelv és irodalom*: a lényegkiemelés képességének fejlesztése.
Megoldások megtervezése, eredmények ellenőrzése.	Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének a kialakítása.	
Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Definíció megértése és alkalmazása.	Kommunikációs készség, lényegkiemelés fejlesztése.	*Magyar nyelv és irodalom*: lényegkiemelés fejlesztése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, közös rész, igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen, legalább, legfeljebb.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számtan, algebra**	**Órakeret 62(74)**
Előzetes tudás	Számok írása, olvasása (milliós számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Római számok írása, olvasása. Negatív számok, egész számok. Törtek, tizedes törtek. Számok helye a számegyenesen. Számszomszédok, kerekítés. Természetes számok, törtek, egész számok nagyság szerinti összehasonlítása. Törtek bővítése, egyszerűsítése.	

	A hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérése. Átváltások mértékegységek között. Mérőeszközök használata. Matematikai jelek: +, –, •, :, =, <, >, ( ). A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Fejben számolás százas számkörben. A szorzó- és bennfoglaló tábla biztos tudása. Összeg, különbség, szorzat, hányados fogalma. Műveletek tulajdonságai. Műveleti sorrend. Természetes számok összeadása, kivonása, szorzás és osztás egy- és kétjegyű számmal írásban. Törtek összeadása, kivonása, szorzása természetes számmal. Egész számok összeadása, kivonása. Műveletek ellenőrzése. Szöveges feladat: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Páros és páratlan számok, többszörös, osztó, maradék fogalma.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése, készségszintre emelése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása. Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelt és tényleges megoldás összevetése. Egyszerűsített rajz készítése lényeges elemek megőrzésével. Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Pénzügyi ismeretek alapozása. Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A negatív egész számok és a tizedes tört fogalmának mélyítése. Összevonás, szorzás, osztás az egész számok és a	Számolási készség fejlesztése. A műveletekhez kapcsolódó ellenőrzés igényének és képességének fejlesztése.	

tizedes törtek körében.	Önellenőrzés, önismeret fejlesztése.	
Műveleti tulajdonságok, a helyes műveleti sorrend. Műveletek eredményeinek előzetes becslése, ellenőrzése, kerekítése.	Egyszerű feladatok esetén a műveleti sorrend helyes alkalmazási módjának felismerése, alkalmazása. Az egyértelműség és a következetesség fontossága. Az ellenőrzési és becslési igény fejlesztése.	
Közönséges tört fogalmának mélyítése. Negatív törtek, törtek a számegyenesen.	Matematikai jelek értelmezése (<, >, = stb.) használata.	*Ének-zene*: a törtszámok és a hangjegyek értékének kapcsolata.
Szorzás, osztás a törtek körében. A számok reciprokának fogalma.	Számolási készség fejlesztése. A műveletekhez kapcsolódó ellenőrzés igényének és képességének fejlesztése. Önellenőrzés, önismeret fejlesztése.	
A racionális számok halmaza. Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek.	A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal: természetes szám, racionális szám, pontos szám és közelítő szám.	
Egyszerű elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása következtetéssel, lebontogatással. A megoldások ábrázolása számegyenesen, ellenőrzés behelyettesítéssel.	Önálló problémamegoldó képesség kialakítása és fejlesztése. Állítások megítélése igazságértékük szerint. Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése. Ellenőrzési igény fejlesztése.	
Arányos következtetések.	A következtetési képesség	*Hon- és népismeret;*

A mindennapi életben felmerülő, egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel. Egyenes arányosság.	fejlesztése. Értő, elemző olvasás fejlesztése. Annak megfigyeltetése, hogy az egyik mennyiség változása milyen változást eredményez a hozzá tartozó mennyiségnél. Arányérzék fejlesztése, a valóságos viszonyok becslése települések térképe alapján.	*természetismeret*: Magyarország térképéről méretarányos távolságok meghatározása. A saját település, szűkebb lakókörnyezet térképének használata. *Vizuális kultúra*: valós tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított rajza.
A százalék fogalmának megismerése gyakorlati példákon keresztül. Az alap, a százalékérték és a százalékláb értelmezése, megkülönböztetése. Egyszerű százalékszámítási feladatok arányos következtetéssel.	Az eredmény összevetése a feltételekkel, a becsült eredménnyel, a valósággal.	*Természetismeret*: százalékos feliratokat tartalmazó termékek jeleinek felismerése, értelmezése, az információ jelentősége. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; pénzügyi, gazdasági kultúra*: árfolyam, infláció, hitel, betét, kamat.
Szabványmértékegységek és átváltásuk: hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg.	Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzésének fejlesztése (pl. napirend, vásárlás). Az arányosság felismerése mennyiség és mérőszám kapcsolata alapján. Kreatív gondolkodás fejlesztése.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: műszaki rajz készítésénél a mértékegységek használata, főzésnél a tömeg, az űrtartalom és az idő mérése.

	Mennyiségi következtetés, becslési készség fejlesztése.	
Szöveges feladatok megoldása. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó rövidebb és hosszabb szövegek feldolgozása.	Szövegértés fejlesztése: Egyszerű matematikai problémát tartalmazó és a mindennapi élet köréből vett szövegek feldolgozása. Algoritmikus gondolkodás fejlesztése, gondolatmenet tagolása. Emlékezés elmondott, elolvasott történetekre, emlékezést segítő ábrák, vázlatok, rajzok készítése, visszaolvasása.	*Magyar nyelv és irodalom*: olvasási és megértési stratégiák kialakítása (szövegben megfogalmazott helyzet, történés megfigyelése, értelmezése, lényeges és lényegtelen információk szétválasztása). *Vizuális kultúra*: elképzelt történetek vizuális megjelenítése különböző eszközökkel.
Oszthatóság fogalma. Egyszerű oszthatósági szabályok (2-vel, 3-mal, 5-tel, 9-cel, 10-zel, 100-zal). Két szám közös osztói, közös többszörösei.	Az osztó, többszörös fogalmának elmélyítése. Két szám közös osztóinak kiválasztása az összes osztóból. A legkisebb pozitív közös többszörös megkeresése. Számolási készség fejlesztése szóban (fejben). A bizonyítási igény felkeltése.	*Testnevelés:* csapatok összeállítása.
Osztó, többszörös alkalmazása.	A tanult ismeretek felhasználása a törtek egyszerűsítése, bővítése során. Számolási készség fejlesztése.	
Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása	Számolási készség fejlesztése. Feladatok a mindennapi életből: lakás festése, járólapozása, tejes	

során.	doboz térfogata, teásdoboz csomagolása stb.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Oszthatóság, osztó, többszörös. Közös osztó, közös többszörös. Kerekítés, becslés, ellenőrzés. Arány, egyenes arányosság. Százalék, százalékérték, alap, százalékláb. Negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték. Közönséges tört, számláló, nevező, közös nevező, reciprok, tizedes tört, véges és végtelen szakaszos tizedes tört, racionális szám, egyenlet egyenlőtlenség. Mértékegységek.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Függvények, az analízis elemei**	**Órakeret 12(14)**
Előzetes tudás	Szabályfelismerés, szabálykövetés. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése. Koordináta-rendszer, pontok koordinátáinak leolvasása, koordinátákkal adott pontok ábrázolása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése. Probléma felismerése. Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**

A Descartes-féle derékszögű koordinátarendszer alkalmazása.	Tájékozódási képesség fejlesztése.	*Természetismeret:* tájékozódás a térképen, fokhálózat.
Táblázat hiányzó elemeinek pótlása ismert vagy felismert szabály alapján, ábrázolásuk grafikonon.	Összefüggések felismerése. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése: tapasztalati függvények, sorozatok alkotása. A helyes függvényszemlélet megalapozása.	
Egyszerű grafikonok értelmezése. Változó mennyiségek közötti kapcsolatok, ábrázolásuk derékszögű koordináta-rendszerben.	Megfigyelőképesség, összefüggések felismerésének képessége, rendszerező-képesség fejlesztése.	*Természetismeret:* időjárás grafikonok.
Gyakorlati példák elsőfokú függvényekre. Az egyenes arányosság grafikonja.	Eligazodás a mindennapi élet egyszerű grafikonjaiban.	
Sorozat megadása a képzés szabályával, illetve néhány elemével. Példák konkrét sorozatokra. Sorozatok folytatása adott szabály szerint.	Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	*Testnevelés és sport; ének-zene; dráma és tánc*: ismétlődő ritmus, tánclépés, mozgás létrehozása, helymeghatározás a sportpályán.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, táblázat, grafikon.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 34(42)
Előzetes tudás	Vonalak (egyenes, görbe). Hosszúság és távolság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Kerület, terület mérése. Mennyiségek, mértékegységek. Négyzet, téglalap meghatározása, tulajdonságai, kerülete, területe. Kör létrehozása, felismerése, jellemzői. Egyszerű tükrös alakzat, tengelyes szimmetria felismerése. A test és a síkidom megkülönböztetése. Kocka, téglatest, jellemzői, felszíne, térfogata. Szög fogalma, mérése, fajtái.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Térelemek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése. Rendszerező-képesség, halmazszemlélet fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: adatfelvétel, vázlatrajz, megszerkeszthetőség vizsgálata, szerkesztés). Számolási készség fejlesztése. A szaknyelv helyes használatának fejlesztése. A geometriai jelölések pontos használata. Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Párhuzamosság, merőlegesség, konvexitás felismerése, alkalmazása. Síkidomok, sokszögek (háromszögek, négyszögek)	Síkidomok, tulajdonságainak vizsgálata, közös tulajdonságok felismerése.	*Vizuális kultúra*: párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben.

szemléletes fogalma.		*Hon- és népismeret*: népművészeti minták, formák.
A távolság szemléletes fogalma, adott tulajdonságú pontok keresése. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. *Matematikatörténet*: Bolyai János, Bolyai Farkas	Körző, vonalzók helyes használata. Törekvés a szaknyelv helyes használatára (legalább, legfeljebb, nem nagyobb, nem kisebb…) Az érdeklődés felkeltése a matematika értékeinek, eredményeinek megismerésére.	*Vizuális kultúra*: térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.
Kör tulajdonságainak alkalmazása. Húr, szelő, érintő	A körző használata.	
Két ponttól egyenlő távolságra levő pontok. Szakaszfelező merőleges.	A problémamegoldó képesség fejlesztése. A problémamegoldó képesség fejlesztése. Pontosság igényének fejlesztése.	
Szögmásolás, szögfelezés. Nevezetes szögek szerkesztése: 30°, 60°, 90°, 120°.	Törekvés a pontos munkavégzésre. A szerkesztés gondolatmenetének tagolása. Az érdeklődés felkeltése a matematika értékeinek, eredményeinek megismerésére.	*Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: görög „abc” betűinek használata.
Adott egyenesre merőleges szerkesztése. Adott egyenessel párhuzamos szerkesztése. Téglalap, négyzet szerkesztése.	Gyakorlati példák a fogalmak mélyebb megértéséhez.	*Technika, életvitel és gyakorlat*; *vizuális kultúra*: párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben (sínpár, épületek, bútorok, képkeretek

		stb. élei).
Háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint. A háromszög magasságának fogalma.	Tulajdonságok megfigyelése, összehasonlítása. Csoportosítás. Halmazszemlélet fejlesztése.	*Vizuális kultúra*: speciális háromszögek a művészetben.
Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz) megismerése.	Az alakzatok előállítása hajtogatással, nyírással, rajzzal. Alakzatok tulajdonságainak kiemelése, összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés, osztályokba sorolás különféle tulajdonságok szerint.	
Egyenlőszárú szárú háromszög és speciális négyszögek szerkesztése, egyszerűbb esetekben.	Körző és vonalzó használata. Pontos munkavégzésre törekvés. Esztétikai érzék fejlesztése. A szerkesztés gondolatmenetének tagolása.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: v*izuális kultúra*: megfelelő eszközök segítségével figyelmes, pontos munkavégzés.
Szimmetria a térben.	Testek építése, tulajdonságaik vizsgálata. Térszemlélet fejlesztése térbeli analógiák keresésével.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: téglatest készítése, tulajdonságainak vizsgálata. *Vizuális kultúra*: egyszerű tárgyak, geometriai alakzatok tervezése, makettek készítése.
A tengelyes tükrözés. Egyszerű alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése. A tengelyes tükrözés	Szimmetrikus ábrák készítése. Tükrözés körzővel, vonalzóval. Tükrözés koordináta-rendszerben. Transzformációs szemlélet	*Technika, életvitel és gyakorlat*: megfelelő eszközök segítségével figyelmes, pontos munkavégzés.

tulajdonságai.	fejlesztése.	
Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Tengelyesen szimmetrikus háromszögek, négyszögek (deltoid, rombusz, húrtrapéz, téglalap, négyzet), sokszögek. A kör.	A tengelyes szimmetria vizsgálata hajtogatással, tükörrel. A szimmetria felismerése a természetben és a művészetben.	*Vizuális kultúra; természetismeret*: tengelyesen szimmetrikus alakzatok megfigyelése, vizsgálata a műalkotásokban.
Tengelyesen szimmetrikus háromszögek, négyszögek területe. Terület meghatározás átdarabolással.	Megfigyelőképesség fejlesztése.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Pont, egyenes, szakasz, félegyenes, sík, merőlegesség, párhuzamosság. Távolság, szakaszfelező merőleges, szögfelező. Kerület, terület, magasság. Tengelyes tükrözés, szimmetria. Egyenlő szárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög, húrtrapéz, deltoid, rombusz.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Statisztika, valószínűség**	**Órakeret 8(12)**
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések. Biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése.	

céljai	Megfigyelőképesség, az összefüggés-felismerő képesség, elemzőképesség fejlesztése.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi játékok és kísérletek dobókockák, pénzérmék segítségével (biztos, lehetetlen esemény).	Valószínűségi és statisztikai alapfogalmak szemléleti alapon történő kialakítása. A figyelem tartósságának fejlesztése. Kommunikáció és együttműködési készség fejlesztése a páros, ill. csoportmunkákban. Valószínűségi kísérletek végrehajtása.	
Adatok tervszerű gyűjtése, rendezése. Egyszerű diagramok, értelmezése, táblázatok olvasása, készítése.	Tudatos és célirányos figyelem gyakorlása. Elemzőképesség fejlesztése a napi sajtóban, különböző kiadványokban található grafikonok, táblázatok felhasználásával.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: menetrend adatainak értelmezése; kalóriatáblázat vizsgálata. *Informatika*: adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.
Átlagszámítás néhány adat esetén (számtani közép).	Az átlag lényegének megértése. Számolási készség fejlődése.	*Természetismeret*: időjárási átlagok (csapadék, hőingadozás, napi, havi, évi középhőmérséklet).

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat, diagram, átlag, biztos esemény, lehetetlen esemény.

A fejlesztés várt eredményei a 6. évfolyam végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján, részhalmaz felírása, felismerése. – Két véges halmaz közös részének, két véges halmaz uniójának felírása, ábrázolása. – Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. – Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. – Állítások igazságának eldöntésére, igaz és hamis állítások megfogalmazása. – Összehasonlításhoz szükséges kifejezések helyes használata. – Néhány elem összes sorrendjének felsorolása. *Számtan, algebra* – Racionális számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. – Ellentett, abszolút érték, reciprok felírása. – Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. – A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, az egyenes arányosság értése, használata. – Két-három műveletet tartalmazó műveletsor eredményének kiszámítása, a műveleti sorrendre vonatkozó szabályok ismerete, alkalmazása. Zárójelek alkalmazása. – Szöveges feladatok megoldása következtetéssel, (szimbólumok segítségével összefüggések felírása a szöveges feladatok adatai között). – Becslés, ellenőrzés segítségével a kapott eredmények helyességének megítélése. – A százalék fogalmának ismerete, a százalékérték kiszámítása. – Számok osztóinak, többszöröseinek felírása. Közös osztók, közös

	többszörösök kiválasztása. Oszthatósági szabályok (2, 3, 5, 9, 10, 100) ismerete, alkalmazása. – A hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg szabványmértékegységeinek ismerete. Mértékegységek egyszerűbb átváltásai gyakorlati feladatokban. Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása szabadon választott módszerrel. *Összefüggések, függvények, sorozatok* – Tájékozódás a koordinátarendszerben: pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. – Egyszerűbb grafikonok, elemzése. – Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint, szabályok felismerése, megfogalmazása néhány tagjával elkezdett sorozat esetén. *Geometria* – Térelemek, félegyenes, szakasz, szögtartomány, sík, fogalmának ismerete. – A geometriai ismeretek segítségével a feltételeknek megfelelő ábrák pontos szerkesztése. A körző, vonalzó célszerű használata. – Alapszerkesztések: pont és egyenes távolsága, két párhuzamos egyenes távolsága, szakaszfelező merőleges, szögfelező, szögmásolás, merőleges és párhuzamos egyenesek. – Alakzatok tengelyese tükörképének szerkesztése, tengelyes szimmetria felismerése. – A tanult síkbeli és térbeli alakzatok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában. – Téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása. – A téglatest felszínének és térfogatának kiszámítása. – A tanult testek térfogatának ismeretében mindennapjainkban található testek térfogatának, űrmértékének meghatározása. *Valószínűség, statisztika* – Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. – Néhány szám számtani közepének kiszámítása. – Valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása.

7. évfolyam

Tizenhárom éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkoznak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. A felső tagozat utolsó két évfolyamában mind inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni. Segítsük, hogy a tanulók a problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni.

Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Ettől az évfolyamtól kezdve már komoly hangsúlyt kell helyeznünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mind inkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni. A mindennapi élet és a matematika (korosztálynak megfelelő) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségessége eldöntésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatotok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat. Esetenként járjunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. A feladatmegoldások során lehetőséget kell teremteni arra, hogy esetenként a terveket és a munka szervezését a feladatmegoldás közben a tapasztalatoknak megfelelően módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészben segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reál tárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reál tárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést

felkeltő elemmel: matematikatörténeti vonatkozással, játékokkal, érdekes feladatokkal lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrész célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

A humán osztályokban a **feketével**, a reál osztályokban a **kékkel (zárójelben) jelölt** számok az irányadóak.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok**	**Órakeret 8(12) folyamatos**
Előzetes tudás	Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része. Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése. Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának	

	fejlesztése. A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Halmazba rendezés több szempont alapján a halmazműveletek alkalmazásával. Két véges halmaz uniója, különbsége, metszete. A részhalmaz.	A halmazszemlélet fejlesztése. Rendszerszemlélet fejlesztése.	
Az „és”, „vagy”, „ha”, „akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” „legalább”, legfeljebb” kifejezések használata.	A matematikai szaknyelv pontos használata. A nyelv logikai elemeinek egyre pontosabb használata.	*Magyar nyelv és irodalom*: a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.
Egyszerű („minden”, „van olyan” típusú) állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.	Kulturált érvelés képességének fejlesztése.	
A matematikai bizonyítás előkészítése: sejtések, kísérletezés, módszeres próbálkozás, cáfolás.	A bizonyítási igény felkeltése. Tolerancia, kritikai szemlélet, problémamegoldás. A kulturált vitatkozás elsajátítása.	
A gyakorlati élethez és a társtudományokhoz kapcsolódó szöveges feladatok megoldása.	Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika nyelvére. Ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény erősítése. Igényes grafikus	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; technika, életvitel és gyakorlat*: számításos feladatok.

	és verbális kommunikáció.	
Matematikai játékok.	Aktív részvétel, pozitív attitűd.	
Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása különféle módszerekkel (fadiagram, útdiagram, táblázatok készítése). Sorba rendezés. Néhány elem esetén az összes eset felsorolása.	A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Tapasztalatszerzés az összes eset rendszerezett felsorolásában.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, metszet. Alaphalmaz. Igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számelmélet, algebra**	**Órakeret 42(54)**
Előzetes tudás	Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal. Ellentett, abszolút érték, reciprok. Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság. Alapműveletek racionális számokkal írásban. A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is. Szöveges feladatok megoldása. A százalékszámítás alapjai.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával. A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése. Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása. Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Racionális számok (véges, végtelen tizedes törtek), példák nem racionális számra (végtelen, nem szakaszos tizedes törtek).	A számfogalom mélyítése.	
A természetes, egész és racionális számok halmazának kapcsolata.	A rendszerező képesség fejlesztése.	
Műveletek racionális számkörben írásban és számológéppel. Az eredmény helyes és értelmes kerekítése. Eredmények becslése, ellenőrzése.	Műveletfogalom mélyítése. A zárójel és a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Számolási és a becslési készség fejlesztése. Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz*: számításos feladatok.
A hatványozás fogalma pozitív egész kitevőre.	A hatvány fogalmának kialakítása, fejlesztése. A definícióalkotás igényének	

	felkeltése.	
Műveletek hatványokkal: azonos alapú hatványok szorzása, osztása. Hatványozásnál az alap és a kitevő változásának hatása a hatványértékre.		*Kémia*: az anyagmennyiség mértékegysége (a mól). *Földrajz*: termelési statisztikai adatok.
10 pozitív egész kitevőjű hatványai.	Számolási készség fejlesztése (fejben és írásban).	*Kémia*: számítási feladatok.
Prímszám, összetett szám. Prímtényezős felbontás. Matematikatörténet: érdekességek a prímszámok köréből.	A korábban tanult ismeretek és az új ismeretek közötti összefüggések felismerése.	
Oszthatósági szabályok. Számelméleti alapú játékok. Matematikatörténet: tökéletes számok, barátságos számok. Legnagyobb közös osztó, legkisebb pozitív közös többszörös.	A tanult ismeretek felelevenítése. Oszthatósági szabályok alkalmazása a törtekkel való műveleteknél. A bizonyítási igény felkeltése oszthatósági feladatoknál. Két szám legnagyobb közös osztójának meghatározása prímtényezős felbontás alapján. A legkisebb pozitív közös többszörös meghatározása prímtényezős felbontás alapján.	
Arány, aránypár, arányos osztás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.	A következtetési képesség fejlesztése: a mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolatok meglátása, a felmerülő arányossági feladatok megoldása során.	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés. *Fizika; kémia; földrajz*: arányossági

		számítások felhasználása feladatmegoldásokban. *Technika, életvitel és gyakorlat*: műszaki rajzok értelmezése.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzése. Ciklusonként átélt idő és lineáris időfogalom, időtartam, időpont szavak értő ismerete, használata.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: Főzésnél a tömeg, az űrtartalom és az idő mérése. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: évtized, évszázad, évezred.
Az alap, a százalékérték és a százalékláb fogalmának ismerete, értelmezése, kiszámításuk következtetéssel, a megfelelő összefüggések alkalmazásával.	A mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolat meglátása a gazdasági élet, a környezetvédelem, a háztartás köréből vett egyszerűbb példákon.	
A mindennapjainkhoz köthető százalékszámítási feladatok. Gazdaságossági számítások.	Feladatok az árképzés: árleszállítás, áremelés, áfa, betétkamat, hitelkamat, adó, bruttó bér, nettó bér, valamint különböző termékek (pl. élelmiszerek, növényvédő-szerek, oldatok) anyagösszetétele köréből. Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése. Becslések és következtetések végzése. Zsebszámológép célszerű	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés. *Fizika; kémia*: számítási feladatok. *Kémia:* oldatok tömegszázalékos összetételének kiszámítása.

	használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	
Az algebrai egész kifejezés fogalma. Egytagú, többtagú, egynemű kifejezés fogalma. Helyettesítési érték kiszámítása.	Elnevezések, jelölések megértése, rögzítése, definíciókra való emlékezés. Egyszerű szimbólumok megértése és alkalmazása a matematikában. Betűk használata szöveges feladatok általánosításánál.	*Fizika*: összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.
Egyszerű átalakítások: zárójel felbontása, összevonás. Egytagú és többtagú algebrai egész kifejezések szorzása racionális számmal, egytagú egész kifejezéssel. *Matematikatörténet*: az algebra kezdetei.	Egyszerű szimbólumok megértése és a matematikában, valamint a többi tantárgyban szükséges egyszerű képletalakítások elvégzése. Algebrai kifejezések egyszerű átalakításának felismerése.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan*: Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.
Elsőfokú egyenletek, elsőfokú egyenlőtlenségek megoldása. Mérlegelv. Alaphalmaz, megoldáshalmaz.	Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése. Algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztése. A megoldások ábrázolása számegyenesen. Pontos munkavégzésre nevelés. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igényének fejlesztés.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan*: számításos feladatok.
A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása a tanult matematikai módszerek használatával. Ellenőrzés. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó hosszabb szövegek feldolgozása. Feladatok például a	Szövegértelmezés, problémamegoldás fejlesztése. A lényeges és lényegtelen elkülönítésének, az összefüggések felismerésének fejlesztése. A gondolatmenet tagolása. Az ellenőrzési igény további	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.

környezetvédelem, az egészséges életmód, a vásárlások, a család jövedelmének ésszerű felhasználása köréből.	fejlesztése. Igényes kommunikáció kialakítása. Szöveges feladatok megoldása a környezettudatossággal, az egészséges életmóddal, a családi élettel, a gazdaságossággal kapcsolatban.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális szám. Hatvány, alap, kitevő. Százalékalap, százalékláb, százalékérték. Prímszám, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Arány, aránypár, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság. Változó, együttható, algebrai egész kifejezés, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás. Egytagú, többtagú kifejezés. Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, mérlegelv, ellenőrzés.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Függvények, az analízis elemei**	**Órakeret 10(12)**
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak	

céljai	értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Két halmaz közötti hozzárendelések megjelenítése konkrét esetekben. Függvények és ábrázolásuk a derékszögű koordinátarendszerben.	A függvényszemlélet fejlesztése. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése a grafikon alapján.	*Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz*: függvényekkel leírható folyamatok.
Lineáris függvények. Egyenes arányosság grafikus képe.	A mindennapi élet, a tudományok és a matematika közötti kapcsolat fölfedezése konkrét példák alapján. Számolási készség fejlesztése a racionális számkörben. Számítógép használata a függvények ábrázolására.	*Fizika*: út-idő.
Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek grafikus megoldása.	Helyzetfelismerés: a tanult ismeretek alkalmazása új helyzetben.	
Grafikonok olvasása, értelmezése, készítése: szöveggel vagy matematikai alakban megadott szabály grafikus megjelenítése értéktáblázat segítségével.	Kapcsolatok észrevétele, megfogalmazása szóban, írásban. Környezettudatosságra nevelés: pl. adatok és grafikonok elemzése a környezet szennyezettségével kapcsolatban.	*Földrajz*: adatok hőmérsékletre, csapadék mennyiségére. *Kémia*: adatok vizsgálata a levegő és a víz szennyezettségére vonatkozóan.

Egyszerű sorozatok vizsgálata. Matematikatörténet: Gauss.	Gauss-módszer.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hozzárendelés, függvény, lineáris függvény, növekedés, csökkenés, értelmezési tartomány, értékkészlet. Számtani sorozat, számtani közép.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret 33(42)**
Előzetes tudás	Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó tapasztalatok. Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása. A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési	Rendszerező készség fejlesztése.	

céljai	A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzeletben történő mozgatás: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése. A pontos munkavégzés igényének fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió). Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményezőkészség, együttműködési készség, tolerancia.

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Háromszögek osztályozása oldalak, illetve szögek szerint.	A tanult ismeretek felidézése, megerősítése. A halmazszemlélet fejlesztése. A háromszögek és a négyszögek tulajdonságaira vonatkozó igaz-hamis állítások megfogalmazásán keresztül a vitakészség fejlesztése. Tömör, de pontos szabatos kifejezőkészség fejlesztése. A szaknyelv minél pontosabb használata írásban is.	
A háromszögek magassága, magasságvonala, magasságpontja.	Számolási készség fejlesztése. Átdarabolás a terület	*Informatika*: tantárgyi szimulációs program.

A háromszögek kerületének és területének kiszámítása.	meghatározásához. Eredmények becslése.	
A háromszög és a négyszög belső és külső szögeinek összege. *Matematikatörténet*: Bolyai Farkas, Bolyai János. Érdekességek: gömbi geometria.	Tételek megfogalmazása megfigyelés alapján. Bizonyítási igény felkeltése.	
Paralelogramma, trapéz, deltoid tulajdonságai, kerülete, területe. Szabályos sokszögek. Kör kerülete, területe. A kör és érintője.	Törekvés a tömör, de pontos, szabatos kommunikációra. A szaknyelv egyre pontosabb használata írásban is. A terület meghatározása átdarabolással. A kör kerületének közelítése méréssel. Számítógépes animáció használata az egyes területképletekhez.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: hétköznapi problémák, területtel kapcsolatos számítás. *Vizuális kultúra*: Pantheon, Colosseum.
A tanult síkbeli alakzatok (háromszög, trapéz, paralelogramma, deltoid) szerkesztése. Nevezetes szögek szerkesztése: 15°, 45°, 75°, 105°, 135°.	A szerkesztéshez szükséges eszközök célszerű használata. Átélt folyamatról készült leírás gondolatmenetének értelmezése (pl. egy szerkesztés leírt lépéseiről a folyamat felidézése). A szaknyelv pontos használata.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: műszaki rajz készítése. *Földrajz*: szélességi körök és hosszúsági fokok.
Középpontos tükrözés. A középpontos tükrözés tulajdonságai. A középpontos tükörkép szerkesztése.	Pontos, precíz munka elvégzése a szerkesztés során. A transzformációs szemlélet továbbfejlesztése.	*Vizuális kultúra*: művészeti alkotások megfigyelése a tanult transzformációk segítségével.
Középpontosan szimmetrikus alakzatok a síkban. A tanult sokszögek osztályozása	A megfigyelőképesség fejlesztése. Halmazképző, rendszerező	*Vizuális kultúra; biológia-egészségtan:* középpontosan

szimmetria szerint.	képesség fejlesztése. A matematika kapcsolata a természettel és a művészeti alkotásokkal: művészeti alkotások vizsgálata (Penrose, Escher, Vasarely). Gondolkodás fejlesztése szimmetrián alapuló játékokon keresztül.	szimmetrikus alakzatok megfigyelése, vizsgálata a műalkotásokban és a természetben.
Tengelyes és középpontos szimmetria alkalmazása szerkesztésekben.	Áttekinthető, pontos szerkesztés igényének fejlesztése.	*Vizuális kultúra*: festmények geometriai alakzatai.
Párhuzamos szárú szögek.	A tanult transzformációk tulajdonságainak felismerése, felhasználása a fogalmak kialakításánál.	
Az egybevágóság szemléletes fogalma, a háromszögek egybevágóságának esetei. Az egybevágóság jelölése. $\cong$	A megfigyelőképesség fejlesztése. A szaknyelv pontos használata.	*Vizuális kultúra*: festmények, művészeti alkotások egybevágó geometriai alakzatai.
Három- és négyszög alapú egyenes hasábok, forgáshenger hálója, tulajdonságai, felszíne, térfogata.	A halmazszemlélet és a térszemlélet fejlesztése.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata. *Történelem, társadalmi és állampolgári*: történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése. *Vizuális kultúra*:

		térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	A gyakorlati mérések, mértékegységváltások helyes elvégzésének fejlesztése.	*Testnevelés és sport*: távolságok és idő becslése, mérése. *Fizika; kémia*: mérés, mértékegységek, mértékegységek átváltása.
Egyszerű számításos feladatok a geometria különböző területeiről.	A számolási készség, a becslési készség és az ellenőrzési igény fejlesztése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, eltolás. Egybevágóság. Középpontos szimmetria, paralelogramma, rombusz. Egyállású szög, váltószög, csúcsszög. Belső és külső szög. Háromszög, magasságvonal, magasságpont. Hasáb, henger. Alaplap, alapél, oldallap, oldalél.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Statisztika, valószínűség**	**Órakeret 6(10)**
Előzetes tudás	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása.	

	Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Adatok gyűjtése, rendszerezése, adatsokaság szemléltetése, grafikonok készítése.	Adatsokaságban való eligazodás: táblázatok olvasása, grafikonok készítése, elemzése. Statisztikai szemlélet fejlesztése. Együttműködési készség fejlődése.	*Testnevelés és sport*: teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése.
Adathalmazok elemzése (átlag, módusz, medián) és értelmezése, ábrázolásuk. Számtani közép kiszámítása.	Gazdasági statisztikai adatok, grafikonok értelmezése, elemzése. Adatsokaságban való eligazodás képességének fejlesztése. Ok-okozati összefüggéseket felismerő képesség fejlesztése. Elemző képesség fejlesztése.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* táblázatok és grafikonok adatainak ki- és leolvasása, elemzése, adatok gyűjtése, táblázatba rendezése. *Informatika*: statisztikai adatelemzés.
Valószínűségi kísérletek. Valószínűség előzetes becslése. Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése. Gyakoriság, relatív gyakoriság	Valószínűségi szemlélet fejlesztése. Tudatos megfigyelőképesség fejlesztése. A tapasztalatok rögzítése	

fogalma.	képességének fejlesztése. Tanulói együttműködés fejlesztése. Számítógép használata a tudománytörténeti érdekességek felkutatásához.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség.	

A fejlesztés várt eredményei a 7. évfolyam végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – Elemek halmazba rendezése több szempont alapján. – Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása. – Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben. – Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával. – Fagráfok használata feladatmegoldások során. *Számtan, algebra* – Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése, helyes és értelmes kerekítése. – Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság. – A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során. – A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül. – Prímszám, összetett szám. Prímtényezős felbontás. – Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás.

	Többtagú kifejezés szorzása egytagúval. – Négyzetre emelés, hatványozás pozitív egész kitevők esetén. – Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen. – A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában. – Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére. *Összefüggések, függvények, sorozatok* – Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint. – Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is. – Grafikonok elemzései a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon. *Geometria* – A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni. – Ismeri a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságai), tudását alkalmazza a feladatok megoldásában. – Tengelyes és középpontos tükörkép szerkesztése. – Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban. – A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében ki tudja számolni a mindennapjainkban előforduló testek térfogatát, űrmértékét. *Valószínűség, statisztika* – Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása. – Konkrét feladatok kapcsán a tanuló képes esélylatolgatásra, felismeri

	a biztos és a lehetetlen eseményt. – Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban. – Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezése.

8. évfolyam

Ebben az évfolyamban tovább folytatódik a szimbolikus gondolkodás kialakulása, ami megalapozza a betűkkel számolást, az egyenletek megoldását, azonosságok alkalmazását. Az absztrakció fejlődésével a logikai műveletek, a problémamegoldás lépéseinek alkalmazása, a feladatmegoldás tudatosabbá válik. Ezzel együtt fejlődnek az indoklások, a bizonyítási igény.

A specializálódott érdeklődés, és az ekkorra már óhatatlanul kialakuló tudásbeli különbségek miatt 8. osztályban alapvetően szükséges a tárgy csoportbontásban való tanulása. Ezzel célszerű lehetőséget teremteni a lassabban haladók felzárkóztatására és a gyorsabban haladók tudásának elmélyítésére.

A humán osztályokban a **feketével**, a reál osztályokban a **kékkel (zárójelben) jelölt** számok az irányadóak.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok**	**Órakeret 10(14) folyamatos**
Előzetes tudás	Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része, egyesítése. Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése. Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának	

	fejlesztése. A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Halmazba rendezés több szempont alapján a halmazműveletek alkalmazásával. Két véges halmaz uniója, különbsége, metszete. A részhalmaz. Matematikatörténet: Cantor.	A halmazszemlélet fejlesztése. Rendszerszemlélet fejlesztése.	
Az „és”, „vagy”, „ha”, „akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” „legalább”, legfeljebb” kifejezések használata.	A matematikai szaknyelv pontos használata. A nyelv logikai elemeinek egyre pontosabb, tudatos használata.	*Magyar nyelv és irodalom*: a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.
Egyszerű („minden”, „van olyan” típusú) állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.	Kulturált érvelés képességének fejlesztése.	
A matematikai bizonyítás előkészítése: sejtések, kísérletezés, módszeres próbálkozás, cáfolás.	A bizonyítási igény felkeltése. Tolerancia, kritikai szemlélet, problémamegoldás. A kulturált vitatkozás elsajátítása.	
A gyakorlati élethez és a társtudományokhoz kapcsolódó	Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; technika,*

szöveges feladatok megoldása.	nyelvére. Ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény erősítése. Igényes grafikus és verbális kommunikáció.	*életvitel és gyakorlat*: számításos feladatok.
Matematikai játékok.	Aktív részvétel, pozitív attitűd. (pl. Hanoi torony)	
Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása különféle módszerekkel (fadiagram, útdiagram, táblázatok készítése). Sorba rendezés, kiválasztás. Néhány elem esetén az összes eset felsorolása.	A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Tapasztalatszerzés az összes eset rendszerezett felsorolásában.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, metszet. Alaphalmaz. Igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számelmélet, algebra**	**Órakeret 33(40)**
Előzetes tudás	Racionális számkör. Műveletek racionális számokkal. Pozitív egész kitevőjű hatvány fogalma. Műveletek hatványokkal. Prímszám, prímtényezőkre bontás. Algebrai kifejezések. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása, mérlegelv. Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság, fordított arányosság,	

	arány, arányos osztás. Szöveges feladatok megoldása. A százalékszámítás alapjai.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával. A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése. Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása. Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
A hatványozás fogalma pozitív egész kitevőre, egész számok körében.	A hatvány fogalmának kialakítása, fejlesztése. A definícióalkotás igényének felkeltése.	
10 egész kitevőjű hatványai.	Számolási készség fejlesztése (fejben és írásban).	*Kémia*: számítási feladatok.
A négyzetgyök fogalma. Számok négyzete, négyzetgyöke. Példa irracionális számra (π, $\sqrt{2}$).	Négyzetgyök meghatározása számológéppel.	
Arány, aránypár, arányos osztás.	A következtetési képesség fejlesztése: a mindennapi élet és	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés,

Egyenes arányosság, fordított arányosság.	a matematika közötti gyakorlati kapcsolatok meglátása, a felmerülő arányossági feladatok megoldása során.	szövegértelmezés. *Fizika; kémia; földrajz*: arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban. *Technika, életvitel és gyakorlat*: műszaki rajzok értelmezése.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzése. Ciklusonként átélt idő és lineáris időfogalom, időtartam, időpont szavak értő ismerete, használata.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: Főzésnél a tömeg, az űrtartalom és az idő mérése. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: évtized, évszázad, évezred.
A mindennapjainkhoz köthető százalékszámítási feladatok. Gazdaságossági számítások.	Feladatok az árképzés: árleszállítás, áremelés, áfa, betétkamat, hitelkamat, adó, bruttó bér, nettó bér, valamint különböző termékek (pl. élelmiszerek, növényvédő-szerek, oldatok) anyagösszetétele köréből. Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése. Becslések és következtetések végzése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés. *Fizika; kémia*: számítási feladatok. *Kémia:* oldatok tömegszázalékos összetételének kiszámítása. *Fizika:* hatásfok kiszámítása.

Egyszerű átalakítások: zárójel felbontása, összevonás. Egytagú és többtagú algebrai egész kifejezések szorzása racionális számmal, egytagú egész kifejezéssel.	Egyszerű szimbólumok megértése és a matematikában, valamint a többi tantárgyban szükséges egyszerű képletalakítások elvégzése. Algebrai kifejezések egyszerű átalakításának felismerése.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan*: Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.
Elsőfokú, illetve elsőfokúra visszavezethető egyenletek, elsőfokú egyenlőtlenségek megoldása. Azonosság. Azonos egyenlőtlenség. Alaphalmaz, megoldáshalmaz.	Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése. Algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztése. A megoldások ábrázolása számegyenesen. Pontos munkavégzésre nevelés. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igényének fejlesztés.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan*: számításos feladatok.
A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása a tanult matematikai módszerek használatával. Ellenőrzés. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó hosszabb szövegek feldolgozása. Feladatok például a környezetvédelem, az egészséges életmód, a vásárlások, a család jövedelmének ésszerű felhasználása köréből.	Szövegértelmezés, problémamegoldás fejlesztése. A lényeges és lényegtelen elkülönítésének, az összefüggések felismerésének fejlesztése. A gondolatmenet tagolása. Az ellenőrzési igény további fejlesztése. Igényes kommunikáció kialakítása. Szöveges feladatok megoldása a környezettudatossággal, az egészséges életmóddal, a családi élettel, a gazdaságossággal kapcsolatban.	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.
Kulcsfogalmak/	Racionális szám. Hatvány, alap, kitevő.	

fogalmak	Négyzetgyök. Százalékalap, százalékláb, százalékérték. Arány, aránypár, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság. Változó, együttható, algebrai egész kifejezés, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás. Egytagú, többtagú kifejezés. Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv, ellenőrzés.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Függvények, az analízis elemei**	**Órakeret 15(22)**
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Függvények és ábrázolásuk derékszögű koordináta-rendszerben. Lineáris függvények. Grafikonok értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Függvények és ábrázolásuk a derékszögű koordinátarendszerben.	A függvényszemlélet fejlesztése. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése a grafikon	*Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz*: függvényekkel leírható

	alapján.	folyamatok.
Lineáris függvények. (Példa nem lineáris függvényre: $f(x) = x^2$, $f(x) = \lvert x \rvert$). Függvények jellemzése növekedés, csökkenés.	A mindennapi élet, a tudományok és a matematika közötti kapcsolat fölfedezése konkrét példák alapján. Számolási készség fejlesztése a racionális számkörben. Számítógép használata a függvények ábrázolására.	*Fizika*: út-idő; feszültség-áramerősség.
Grafikonok olvasása, értelmezése, készítése: szöveggel vagy matematikai alakban megadott szabály grafikus megjelenítése értéktáblázat segítségével.	Kapcsolatok észrevétele, megfogalmazása szóban, írásban. Környezettudatosságra nevelés: pl. adatok és grafikonok elemzése a környezet szennyezettségével kapcsolatban.	*Földrajz*: adatok hőmérsékletre, csapadék mennyiségére. *Kémia*: adatok vizsgálata a levegő és a víz szennyezettségére vonatkozóan.
Egyszerű sorozatok vizsgálata. Matematikatörténet: Gauss.	Gauss-módszer.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hozzárendelés, függvény, lineáris függvény, növekedés, csökkenés, értelmezési tartomány, értékkészlet. Számtani sorozat, számtani közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret 32(38)**
Előzetes tudás	Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.	

	Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. A téglatest tulajdonságai. Tengelyesen és középpontos tükrözés. Nevezetes szögpárok. Háromszögek egybevágóságának esetei. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. Háromszögek, speciális négyszögek kerületének és területének kiszámítása. Háromszög, négyszög alapú hasábok, hengerek felszínének és térfogatának a kiszámítása.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzeletben történő mozgatás: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése. A pontos munkavégzés igényének fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete,

	szerkesztés, diszkusszió). Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményezőkészség, együttműködési készség, tolerancia.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Eltolás, a vektor fogalma.	Egyszerű alakzatok eltolt képének megszerkesztése. A megfigyelőképesség fejlesztése. Áttekinthető, pontos szerkesztés igényének fejlesztése.	
Három- és négyszög alapú egyenes hasábok, forgáshenger hálója, tulajdonságai, felszíne, térfogata. Ismerkedés a forgáskúppal, gúlával, gömbbel.	A halmazszemlélet és a térszemlélet fejlesztése.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata. *Történelem, társadalmi és állampolgári*: történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése. *Vizuális kultúra*: térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	A gyakorlati mérések, mértékegységváltások helyes	*Testnevelés és sport*: távolságok és idő

	elvégzésének fejlesztése.	becslése, mérése. *Fizika; kémia*: mérés, mértékegységek, mértékegységek átváltása.
Pitagorasz tétele Matematikatörténet: Pitagorasz élete és munkássága. A pitagoraszi számhármasok.	A Pitagorasz-tétel alkalmazása geometriai számításokban. Annak felismerése, hogy a matematika az emberiség kultúrájának része. A bizonyítási igény felkeltése. Számítógépes program felhasználása a tétel bizonyításánál.	
Egyszerű számításos feladatok a geometria különböző területeiről.	A számolási készség, a becslési készség és az ellenőrzési igény fejlesztése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	*Magyar nyelv és irodalom*: szövegértés, szövegértelmezés.
Kicsinyítés és nagyítás.	A megfigyelőképesség fejlesztése: a középpontos nagyítás, kicsinyítés felismerése hétköznapi szituációkban.	*Földrajz*: térkép. *Biológia-egészségtan*: mikroszkóp. *Vizuális kultúra*: valós tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított rajza.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, eltolás. Vektor. Egybevágóság.	

	Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 7(12)
Előzetes tudás	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Módusz, medián. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, esélylatolgatás. Biztos, lehetetlen események.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Adatok gyűjtése, rendszerezése, adatsokaság szemléltetése, grafikonok készítése.	Adatsokaságban való eligazodás: táblázatok olvasása, grafikonok készítése, elemzése. Statisztikai szemlélet fejlesztése. Együttműködési készség fejlődése.	*Testnevelés és sport*: teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése.
Adathalmazok elemzése (átlag, módusz, medián) és értelmezése, ábrázolásuk. Számtani közép kiszámítása.	Gazdasági statisztikai adatok, grafikonok értelmezése, elemzése. Adatsokaságban való eligazodás képességének fejlesztése.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári*

	Ok-okozati összefüggéseket felismerő képesség fejlesztése. Elemző képesség fejlesztése.	*ismeretek:* táblázatok és grafikonok adatainak ki- és leolvasása, elemzése, adatok gyűjtése, táblázatba rendezése. *Informatika*: statisztikai adatelemzés.
Valószínűségi kísérletek. Valószínűség előzetes becslése, szemléletes fogalma. Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése. Matematikatörténet: érdekességek a valószínűség-számítás fejlődéséről.	Valószínűségi szemlélet fejlesztése. Tudatos megfigyelőképesség fejlesztése. A tapasztalatok rögzítése képességének fejlesztése. Tanulói együttműködés fejlesztése. Számítógép használata a tudománytörténeti érdekességek felkutatásához.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség.	

A fejlesztés várt eredményei a 8. évfolyam végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – Elemek halmazba rendezése több szempont alapján. – Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása. – Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben. – Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus

	összeszámlálásával. – Fagráfok használata feladatmegoldások során. *Számtan, algebra* – Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése., helyes és értelmes kerekítése. – Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság. – A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során. – A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül. – Prímszám, összetett szám. Prímtényezős felbontás. – Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval. – Négyzetre emelés, négyzetgyökvonás, hatványozás pozitív egész kitevők esetén. – Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen. – A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában. – Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére. *Összefüggések, függvények, sorozatok* – Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint. – Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is. – Grafikonok elemzései a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon. *Geometria*

	– A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni. – Ismeri a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságai), tudását alkalmazza a feladatok megoldásában. – Tengelyes és középpontos tükörkép, eltolt alakzat képének szerkesztése. Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben (szerkesztés nélkül). – A Pitagorasz-tételt kimondása és alkalmazása számítási feladatokban. – Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban. – A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében ki tudja számolni a mindennapjainkban előforduló testek térfogatát, űrmértékét. *Valószínűség, statisztika* – Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása. – Konkrét feladatok kapcsán a tanuló érti az esély, a valószínűség fogalmát, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt. – Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban. – Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezése.

9–12. ÉVFOLYAM

A felső négy évfolyamon a két nyolcévfolyamos és a bejövő négyévfolyamos osztály azonos óraszámban tanulja a matematikát az általános kerettantervre épülő tanterv szerint, a 11–12. évfolyamon a reál pályákra készülő diákjainkat külön csoportban készítjük az emelt szintű érettségire az emelt kerettanterv B változatára épülő tanterv szerint. Az emelt szintű érettségire készítő csoport heti óraszáma 11. évfolyamon eggyel, 12. évfolyamon kettővel több, mint az alapórák száma.
A 9., 11., 12. osztályokban a kötelezően előírt heti óraszámnál heti 1-1 órával magasabb óraszámban tanítjuk a matematikát. Ezeket a többletórákat az ismeretek elmélyítésére és versenyekre való felkészítésre használjuk.

évfolyam	**heti óraszám**	**éves óraszám**
9.	4	144
10.	3	108
11.	4 (+1)	144(+36)
12.	4 (+2)	124(+31)

9–10. évfolyam

Ez a matematika kerettanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban még nem választottak matematikából emelt szintű képzést. Azoknak is, akik majd később, fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhoz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűkkel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást.

9. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számtan, algebra	48 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	20 óra
4. Geometria	44 óra
5. Valószínűség, statisztika	7 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret (a kerettantervben ún. szabad órakeret, az éves óraszám 10%-a)	7 óra
Ellenőrzés, számonkérés	8 óra
Az össz. óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. *Matematikatörténet:* Cantor.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	*Magyar nyelv és irodalom*: mondatok,

közötti viszonyok megjelenítése.	Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	szavak, hangok rendszerezése. *Biológia-egészségtan:* halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. *Kémia:* anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	*Biológia-egészségtan:* élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	*Informatika:* számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	*Vizuális kultúra:* a tér ábrázolása. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha…, akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	

Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet:* Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl. Fermat-sejtés, négyszínsejtés).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha …, akkor …” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége	*Etika:* a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.

	szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Logikai szita.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	*Kémia:* molekulák térszerkezete. *Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* pl. családfa. *Technika, életvitel és gyakorlat:* közlekedés.
Kulcsfogalmak/fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha …., akkor …”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 48 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján elsőfokú egyismeretlenes egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. *Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek*: (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat)	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal	*Fizika:* hőmérséklet,

	adott definícióval).	elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. *Matematikatörténet:* Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	*Informatika:* kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	*Fizika:* számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok.
Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebontogatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata, grafikus módszer). Egyszerű egyenletek	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek tudatos kiválasztása és alkalmazása.	

paraméterrel.		
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, egyenlő illetve ellentett együtthatók módszere, grafikus módszer).	*Fizika:* kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* számítási feladatok. *Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Földrajz:* a pénzvilág működése. *Technika, életvitel és gyakorlat*: tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. *Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. *Fizika:* kinematika, dinamika. *Kémia:* százalékos keverési feladatok.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	*Fizika; kémia:* képletek értelmezése..
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $\lvert x+c \rvert = ax+b$.	Definíciókra való emlékezés.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Elsőfokú egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosságot leíró függvény. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paraméterei alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	*Fizika:* időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. *Kémia:* egyenes arányosság. *Informatika:* táblázatkezelés.
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto \lvert ax+b \rvert$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	

grafikonja, tulajdonságai.		
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ $(ax \neq 0)$ grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	*Fizika:* ideális gáz, izoterma. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	*Fizika:* kinematika. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:* számítási feladatok.
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. *Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőértékhely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret 44 óra**
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése,	

	felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. Az egybevágósági transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. *Matematikatörténet:* Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal, bizonyítás nélkül).	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	*Fizika:* körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. *Vizuális kultúra:* építészeti stílusok.

A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	*Fizika:* körmozgás sebessége, szögsebessége. *Földrajz:* távolság a Föld két pontja között.
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	*Fizika:* szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. *Földrajz:* tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
Thalész tétele, és alkalmazásai. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	*Fizika:* vektor felbontása merőleges összetevőkre.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	*Fizika:* elmozdulásvektor, forgások. *Földrajz:* bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban, részvétel szimmetrián alapuló játékokban.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata. *Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. *Biológia-egészségtan:* az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása	Fogalmak alkotása specializálással.	*Vizuális kultúra:* kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti

szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.		stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	*Fizika:* erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	*Fizika:* Newton II. törvénye.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor, vektorművelet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret 7 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával.	*Informatika:* adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). *Földrajz:* időjárási,

	Számítógép használata.	éghajlati és gazdasági statisztikák.
Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	*Informatika:* statisztikai adatelemzés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag., terjedelem, szórás. Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. *Számtan, algebra* – Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére. *Összefüggések, függvények, sorozatok* – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete. – A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon). – Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása. – Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.

	– Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség. – A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta- rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is. *Geometria* – Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése. – Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük. – A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete. – Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület). – Szimmetria ismerete, használata. – Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök). – Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel. – Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete. – Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal. – Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása. – A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége. – A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni. – A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre. *Valószínűség, statisztika* – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása. – A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni.

10. évfolyam

A 11. évfolyamról átcsoportosítjuk 10. osztályba az alábbi 5 óra tartalmat:
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg) tulajdonságai.
A trigonometrikus függvények alkalmazása egyszerű egyenletek megoldásában.

A szögfüggvényfogalom 10. évfolyamon történő kiterjesztésének két alapvető indoka van:

1. Érdemes a kiterjesztést időben viszonylag közel tanítani a hegyesszögekre vonatkozó definíciókhoz, összefüggésekhez, alkalmazásokhoz, ugyanis ekkor még „eleven", alkalmazásképes szinten emlékeznek a tanulók a hegyesszögekre vonatkozó ismeretekre.
2. Más tantárgyak (elsősorban a fizika) tananyaga alkalmazás szintjén igényelheti a kiterjesztett fogalmakat. A 3.2.08.1 Fizika tanterv minden olyan tartalmat (Rezgések, hullámok, váltakozó áram), amely igényli a szögfüggvények ismeretét, 9–10. osztályban tárgyal, ezért ha az iskola ezt a tantervet választja, akkor mindenképpen indokolt a szögfüggvények bevezetése 10. osztályban.

Tematikai egység címe	**órakeret**
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	12 óra
2. Számtan, algebra	36 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	10 óra
4. Geometria	31 óra
5. Valószínűség, statisztika	9 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret (a kerettantervben ún. szabad órakeret, az éves óraszám 10%-a)	5 óra
Ellenőrzés, számonkérés	5 óra
Összes óraszám	108 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret 12 óra**
Előzetes tudás	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása.	

nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai tételek, állítások szerkezete. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). *Matematikatörténet:* Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl. Fermat-sejtés, négyszínsejtés).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	*Magyar nyelv és irodalom:* mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.
Állítás, tétel és megfordítása. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha …, akkor …” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv) konkrét példákon keresztül.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	*Etika:* a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha…, akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló	

	alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	*Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. *Technika, életvitel és gyakorlat:* egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	*Informatika:* problémamegoldás táblázatkezelővel. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. *Magyar nyelv és irodalom:* periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak	Gráfok alkalmazása	*Kémia:* molekulák

(csúcs, él, fokszám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	térszerkezete. *Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* pl. családfa. *Technika, életvitel és gyakorlat:* közlekedés.
Kulcsfogalmak/fogalmak	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Feltétel és következmény. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számtan, algebra**	**Órakeret 36 óra**
Előzetes tudás	Egész kitevőjű hatványozás. Számolás algebrai kifejezésekkel. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése. Négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
A négyzetgyök	A négyzetgyök azonosságainak	*Fizika:* fonálinga lengésideje,

definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése.	rezgésidő számítása.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	*Fizika:* egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. *Matematikatörténet:* részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b}=cx+d$.	Megoldások ellenőrzése.	*Fizika:* például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2+bx+c\geq 0$ (vagy	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.

> 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).		
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Egyszerű paraméteres másodfokú egyenletek.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	*Fizika:* minimum- és maximumproblémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Gyöktényezős alak. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép. Szélsőérték.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret 10 óra**
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. A periodicitás kezelése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek	Függvénytulajdonságok tudatos alkalmazása	

megoldására; másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok		
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg) tulajdonságai.	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. A permanencia-elv alkalmazása. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	*Fizika:* periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények alkalmazása egyszerű egyenletek megoldásában.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Trigonometrikus függvény. Periodikusság. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret 31 óra**
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. A valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
A körrel kapcsolatos ismeretek bővítése:	Korábbi ismeretek felelevenítése, új ismeretek beillesztése a korábbi	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai

kerületi és középponti szög fogalma, kerületi szögek tétele; húrnégyszög fogalma, húrnégyszögek tétele. Látószög; látószögkörív mint speciális ponthalmaz (Thalész tételének általánosítása).	ismeretek rendszerébe.	szerkesztőprogram).
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	*Fizika:* súlypont, tömegközéppont. *Vizuális kultúra:* összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	*Földrajz:* térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	*Biológia-egészségtan:* példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Vektorok felbontása	Ismeretek mozgósítása új	*Fizika:* eredő erő, eredő

összetevőkre.	helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	összetevőkre bontása.
Vektorok a koordináta-rendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	*Fizika:* helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben. A kiterjesztett szögfüggvényfogalom egyszerű alkalmazásai.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	*Fizika:* erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kerületi szög, középponti szög, látószög. Húrnégyszög. Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet, vektorkoordináták. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret 9 óra**
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Összeszámlálási alapfeladatok. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Valószínűségi kísérletek, az adatok rendszerezése, a valószínűség becslése.	A rendelkezésre álló adatok alapján jóslás a bekövetkezés esélyére.	

Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	*Biológia-egészségtan:* öröklés, mutáció.
A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	
A valószínűség klasszikus modelljének előkészítése egyszerű példákon keresztül.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véletlen (valószínűségi) kísérlet. Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.	

A fejlesztés várt eredményei a 10. évfolyam végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására. *Számtan, algebra* – Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.

	– Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. – Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére. *Összefüggések, függvények, sorozatok* – A trigonometrikus függvények tulajdonságainak és grafikonjának alkalmazása egyszerű periodikus jelenségek, folyamatok vizsgálatára. – A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon). – Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása trigonometrikus függvényeken. – Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján. *Geometria* – A körrel kapcsolatos ismeretek bővülésének hatása elméleti és gyakorlati számításokban. – A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete. – Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat). – Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete. – Vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben. – A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége. – A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni. – A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre. *Valószínűség, statisztika* – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. – Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése. – A valószínűségszámítási, statisztikai feladatok megoldása során a

	diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét a klasszikus modell alapján.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

11. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	13 óra
2. Számtan, algebra	40 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	20 óra
4. Geometria	40 óra
5. Valószínűség, statisztika	16 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret (a kerettantervben ún. szabad órakeret, az éves óraszám 10%-a)	5 óra
Ellenőrzés, számonkérés	10 óra
Összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret 13 óra**
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. *Matematikatörténet:* Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	*Földrajz:* előrejelzések, tendenciák megfogalmazása *Biológia-egészségtan:* genetika

Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. *Matematikatörténet*: Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számtan, algebra**	**Órakeret 40 óra**
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
n-edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető	*Fizika; kémia:* radioaktivitás.

alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	*Földrajz; biológia-egészségtan:* globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. *Matematikatörténet:* A logaritmussal való számolás szerepe a Kepler-törvények felfedezésében.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás. *Fizika*: Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	*Fizika; kémia:* számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	*Életvitel és gyakorlat:* zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás. *Biológia-egészségtan:* érzékelés, az inger és az érzet.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret 20 óra**
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
A tematikai egység	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az	

nevelési-fejlesztési céljai	időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	*Fizika:* periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata.
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	*Fizika; kémia:* radioaktivitás. *Földrajz*: a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:* globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		*Fizika; kémia:* radioaktivitás.
Kulcsfogalmak/	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális	

fogalmak	függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**4. Geometria**	**Órakeret 40 óra**
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	*Fizika:* vektor felbontása adott állású összetevőkre. *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	*Fizika:* rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.

problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.		
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	*Fizika:* mechanikai munka, mágneses fluxus.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	*Fizika:* vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátáikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	*Fizika*: erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	*Fizika:* hely megadása.
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	*Informatika:* ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		*Fizika:* út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása	*Informatika:* ponthalmaz

Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	*Informatika*: ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	*Informatika:* tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). *Fizika:* égitestek pályája.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**5. Valószínűség, statisztika**	**Órakeret 16 óra**
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események előállítása elemi események	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	*Informatika*: folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.

összegeként. Példák független és nem független eseményekre.		
A valószínűség klasszikus modellje. *Matematikatörténet:* Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	*Fizika*: az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell.	

A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani,. – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. *Számtan, algebra* – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

	Összefüggések, függvények, sorozatok – Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása. – Függvénytranszformációk végrehajtása. – Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése. – Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról. *Geometria* – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében. – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban. – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – Hosszúság és szög kiszámítása. – Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása. – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása. – A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. *Valószínűség, statisztika* – A valószínűség matematikai fogalma. – A valószínűség klasszikus kiszámítási módja. – Mintavétel és valószínűség. – A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.

12. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	8 óra
2. Számtan, algebra	–
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	20 óra
4. Geometria	25 óra
5. Valószínűség, statisztika	15 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret (a kerettantervben ún. szabad órakeret, az éves óraszám 10%-a)	44 óra
Ellenőrzés, számonkérés	12 óra
Összes óraszám	124 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**1. Gondolkodási és megismerési módszerek**	**Órakeret 8 óra**
Előzetes tudás	Az „és”, „vagy”, „nem”, „ha ..., akkor”, „akkor és csak akkor” szemléletes jelentése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában.	

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha…, akkor”, „akkor és csak akkor” .	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a	

	megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések – események).	*Fizika*: logikai áramkörök, kapcsolási rajzok
A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Logikai művelet. Igazságtáblázat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**2. Számtan, algebra**	**Órakeret 0 óra**
Előzetes tudás		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai		

Ismeretek	**Fejlesztési követelmények**	**Kapcsolódási pontok**
Lásd a Rendszerező összefoglalásnál.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**3. Összefüggések, függvények, sorozatok**	**Órakeret 20 óra**
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata.	

céljai	Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. *Matematikatörténet*: Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	*Informatika:* problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. *Matematikatörténet*: Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	*Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* exponenciális folyamatok vizsgálata.
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	*Földrajz:* a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. *Magyar nyelv és irodalom:* szövegértés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	*Földrajz:* felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlák és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program). *Kémia:* kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	*Informatika*: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terület, felszín, térfogat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A valószínűség klasszikus modellje.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. A valószínűség geometriai modellje.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.	Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.	
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szórás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 44 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Gondolkodási és megismerési módszerek		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	*Filozófia:* logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a

		logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. *Informatika:* Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	*Filozófia:* szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
Számtan, algebra		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási,

		pénzügyi ismeretek.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: képletek használata
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: matematikai modellek.
Összefüggések, függvények, sorozatok		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	

A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	*Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: matematikai modellek.
Geometria		
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	

tulajdonságai.		
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. *Matematikatörténet*: a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. *Matematikatörténet:* nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
Valószínűség-számítás, statisztika		
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	*Magyar nyelv és irodalom*: a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	*Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan*: szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
Kulcsfogalmak/	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz,	

fogalmak	megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.

A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – A logikai műveletek megfelelő alkalmazása a matematikában és a hétköznapi életben. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. *Számtan, algebra* *Összefüggések, függvények, sorozatok* – A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások. *Geometria* – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban. – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – Kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása speciális síkidomok és testek esetében. *Valószínűség, statisztika* – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. – Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét. *Összességében* – A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat. – Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat. – Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. – Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.

	– Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. – A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. – A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. – A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. – A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

Emelt szintű előkészítő csoport (11-12. évfolyamok)

Ez a szakasz az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, és egyben kiteljesíti a kapcsolatokat a többi tantárggyal, valamint a mindennapi élet matematikaigényes elemeivel. A matematikatanulásban kialakult rendszerességű, problémamegoldó készség az élet legkülönbözőbb területein segíthet. Ezt célszerű tudatosítani a tanulókban.

Ez a tantervi elem a matematika főiskolai-egyetemi tanulására való felkészítést célozza meg. A problémamegoldó készségen túl fontos az önálló rendszerezés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, az alkalmazási lehetőségek megtalálása, a kapcsolatok keresése különböző témakörök között.

Ebben az időszakban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, miközben sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható a tanulóktól többféle készség és ismeret együttes alkalmazása. Minden témában hangsúlyosan kell kitérnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára.

A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra. A korábbiaknál is nagyobb hangsúlyt kell fektetni a különböző gyakorlati problémák optimumát kereső feladatokra. Ezért az ilyen problémák elemi megoldását külön fejezetként iktatjuk be.

Az analízis témakörben a szemléletesség segíti a problémák átlátását, az egzaktság pedig a felsőfokú képzésre való készülést.

A rendszerező összefoglalás, túl azon, hogy az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, mintaként szolgálhat a későbbiekben is bármely területen végzett összegző munkához.

11. évfolyam

Az egyes tematikus egységekre jutó óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre 12 órát tervezünk.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok**	**Órakeret 23 óra**
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulya elv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráfhasználat feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a komplex számokig. Algebrai számok, transzcendens számok. Halmazok számossága. Halmazok ekvivalenciája. Végtelen és véges halmazok. Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok. Kontinuum-sejtés. *Matematikatörténet*: Cantor, Hilbert, Gödel.	*Filozófia*: Gondolati rendszerek felépítése. Bizonyíthatóság.
Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú matematikai objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok, függvények, egyenletek,	

műveletek, ábrák, lefedések, színezések stb. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Pl. invariáns mennyiség keresésével.) Példák a matematika történetéből lehetetlenségi bizonyításokra.	
Kombinatorika. (A korábbi ismeretek összegzése.) Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel. (Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismétlés, rendszerezés.) Binomiális együtthatók, tulajdonságaik. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Binomiális tétel. *Matematikatörténet*: Blaise Pascal. Néhány kombinatorikus geometriai probléma. *Matematikatörténet*: Erdős Pál.	
Gráfok. Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám, egyszerű gráf, összefüggő gráf, komplementer gráf, fagráf, kör, teljes gráf). Gráfokra, éleikre, csúcsok fokszámaira vonatkozó egyszerű tételek. Euler-vonal, Hamilton-kör. Gráfok alkalmazása leszámolásos feladatokban – rendszerező ismétlés. *Matematikatörténet*: Euler.	*Biológia-egészségtan*: genetika.
A matematika felépítése. Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések. Műveletek a matematikában. Műveleti tulajdonságok. Relációk a matematikában és a mindennapi életben.	*Filozófia:* Gondolati rendszerek felépítése. Állítások igazolásának szükségessége.

Relációtulajdonságok. Bizonyítási módszerek áttekintése. Direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, teljes indukció. Tételek megfordítása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Permutáció, variáció, kombináció, művelet, reláció, binomiális együttható.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**Hatvány, gyök, logaritmus**	**Órakeret 34 óra**
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése, az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalma. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. Más tudományágakban a matematika alkalmazásának felfedezése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
A racionális kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismétlése. Számolás racionális kitevőjű hatványokkal, gyökös kifejezésekkel. Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal. A hatványfogalom kiterjesztése irracionális számra. Az exponenciális függvény. Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata.	*Technika, életvitel és gyakorlat:* kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás. *Fizika:* radioaktivitás.
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.	*Földrajz*: globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek,

	világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).
Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival. A logaritmus fogalma. Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel. A logaritmus azonosságai. Szorzat, hányados, hatvány logaritmusa, áttérés más alapú logaritmusra. Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál. A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására. *Matematikatörténet*: Napier, Kepler. A logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: zajszennyezés. *Kémia:* pH-számítás.
A logaritmusfüggvény. A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata. Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata. Inverz függvénykapcsolat.	*Fizika*: régészeti leletek – kormeghatározás.
Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmusos egyenleteknél.	
Paraméteres exponenciális és logaritmusos egyenletek.	
Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**Trigonometria**	**Órakeret 46 óra**
Előzetes tudás	Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, a szögfüggvények általános értelmezése, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések, trigonometrikus függvények.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Algebrai és geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak felfedezése más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése: – a vektor fogalma, – vektorműveletek, – vektorfelbontás. A vektorok koordinátáival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.	
A szögfüggvények általános értelmezése. Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták. A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben. Szögfüggvények közötti összefüggések. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. A trigonometrikus függvények. A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás.	*Fizika:* harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása. *Informatika*: grafikonok elkészítése számítógépes programmal.

A trigonometrikus függvények transzformáltjai, függvényvizsgálat.	
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. A skaláris szorzat és a Cauchy-egyenlőtlenség kapcsolata. Vektorok vektoriális szorzata. Szemléletes kép, bizonyítások nélkül.	*Fizika*: munka, elektromosságtan.
A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével. Szinusztétel. Koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Szög, távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyítási feladatok.	*Technika, életvitel és gyakorlat*: alakzatok adatainak meghatározása. *Földrajz*: távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS-helymeghatáro-zás.
Szögfüggvények közötti összefüggések. Addíciós tételek: – két szög összegének és különbségének szögfüggvényei,	

– egy szög kétszeresének szögfüggvényei, – félszögek szögfüggvényei, – két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása. A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása. Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása. Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel. Tangenstétel.	
Trigonometrikus egyenletek. Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése. Trigonometrikus egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata. Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.	*Fizika*: rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Skaláris szorzat, szinusztétel. koszinusztétel, addíciós tétel, trigonometrikus azonosság, egyenlet.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**Koordinátageometria**	**Órakeret 33 óra**
Előzetes tudás	Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		**Kapcsolódási pontok**
A Descartes-féle koordinátarendszer.		*Informatika:* számítógépes program

A helyvektor és a szabadvektor. Rendszerező ismétlés.	használata.
Vektor abszolútértékének kiszámítása. Két pont távolságának kiszámítása. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.	
Szakasz osztópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismereteket alkalmazása, vektorok használata, koordináták számolása.	*Fizika*: alakzatok tömegközéppontja.
Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata. Az egyenes egyenletei. – Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes, illetve sík egyenlete. – Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban, egyenletrendszere térben. – Iránytényezős egyenlet. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása. Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. Két egyenes metszéspontja. Két egyenes szöge. Skaláris szorzat használata.	*Fizika*: mérések értékelése. *Informatika:* számítógépes program használata.

A kör egyenlete. Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. Szerkeszthetőségi kérdések.	*Informatika:* számítógépes program használata.
A parabola tengelyponti egyenlete. A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes. A parabola és a másodfokú függvény. Teljes négyzetté kiegészítés. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.	*Fizika*: geometriai optika, fényszóró, visszapillantó tükör.
Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével vagy a szerkesztés menetének követésével. Mértani helyek keresése. Apollóniosz-kör. Merőleges affinitással kapott mértani helyek. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek. Lineáris programozási feladat.	*Informatika:* több feltétel együttes vizsgálata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Vektor, irányvektor, normálvektor, irányítényező. Egyenes, kör, parabola egyenlete.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Statisztika, valószínűség	Órakeret 32 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Számsokaságok jellemzése: átlag, medián, módusz, szórás. Gyakorlati példák arra, hogy mikor melyik mutatóval célszerű jellemezni a számsokaságot. Átlagos abszolút eltérés, átlagos négyzetes eltérés. A medián és az átlag minimumtulajdonsága. Közvélemény-kutatás. Statisztikai évkönyv. Minőség-ellenőrzés.	*Informatika*: táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata. *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: választások.
Eseményalgebra. Kapcsolat a halmazok és a logika műveleteivel. *Matematikatörténet*: George Boole.	
Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése. Klasszikus valószínűségi modell. Események összegének, szorzatának, komplementerének valószínűsége. Kizáró események, független események valószínűsége.	*Informatika:* véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.

Feltételes valószínűség. Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján. Nagy számok törvénye. (Szemléletes tárgyalás képletek nélkül.) Geometriai valószínűség. *Matematikatörténet*: Pólya György, Rényi Alfréd.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség, kizáró esemény, független esemény.

12. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása**	**Órakeret 17 óra**
Előzetes tudás	Nevezetes azonosságok ismerete. Közepek és sorendjük ismerete két változóra. Másodfokú és trigonometrikus függvények ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása. A modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal. A szélsőérték-problémához illő megoldási mód kiválasztása. Gyakorlat optimális megoldások keresésében.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
Azonos egyenlőtlenségek. Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek. (Többváltozós alak bizonyítása fokozatos közelítés módszerével.) Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek alkalmazása	

szélsőérték-feladatok megoldásában. Szélsőérték-feladatok megoldása függvénytulajdonságok segítségével. (Másodfokú és trigonometrikus függvényekkel.) Szélsőérték-feladatok megoldása fokozatos közelítés módszerével. Bernoulli-egyenlőtlenség. Cauchy-egyenlőtlenség. Jensen-egyenlőtlenség. (Bizonyítás nélkül, szemléletes képpel.) Környezetvédelem: legrövidebb utak és egyéb optimális módszerek keresése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szélsőértékhely, szélsőérték. Nevezetes közép.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**Sorozatok**	**Órakeret 25 óra**
Előzetes tudás	Számtani sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. Rekurzív sorozat *n*-edik elemének megadása. *Matematikatörténet*: Fibonacci.	*Informatika*: algoritmusok.
Számtani sorozat.	*Fizika; kémia; biológia-egészségtan;*

A számtani sorozat *n*-edik tagja. A számtani sorozat első *n* tagjának összege. Mértani sorozat. A mértani sorozat *n*-edik tagja. A mértani sorozat első *n* tagjának összege. Számítási feladatok számtani és a mértani sorozatokra. Szöveges faladatok gyakorlati alkalmazásokkal. A számtani sorozat mint lineáris és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása. Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása. Törlesztési feladatok. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék. Véges sorok összegzése. Számtani és mértani sorozatból előállított szorzatok összegzése. Teleszkópos összegek. *Matematikatörténet*: Fibonacci.	*földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: lineáris és exponenciális folyamatok. *Technika, életvitel és gyakorlat:* hitel – adósság – eladósodás.
Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói. Műveletek konvergens sorozatokkal. Konvergens és divergens sorozatok. Az $\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{n}$ $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok. Konvergens sorozatok tulajdonságai. Torlódási pont. Konvergens sorozatnak egy határértéke van.	

Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat konvergens. Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.	
Végtelen sorok. Végtelenen sor konvergenciája, összege. Végtelen mértani sor. Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása. További példák konvergens sorokra. Teleszkópos összegek. Négyzetszámok reciprokainak összege. Példák nem konvergens sorokra. Harmonikus sor. Feltételesen konvergens sorok.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**Folytonosság, differenciálszámítás**	**Órakeret 35 óra**
Előzetes tudás	Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékkészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Sorozatok határértéke.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használta a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése.	*Informatika:*

Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése.	számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására.
Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke.	*Informatika*: a határérték számítógépes becslése. *Fizika*: felhasználás sin x, illetve tg x közelítésére kis szög esetében.
A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. (Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)	*Fizika:* példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.
Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.	*Fizika:* az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata. *Biológia-egészségtan:* populáció növekedésének átlagos sebessége.
A differenciálhatóság fogalma.	*Fizika*: harmonikus

A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Alapfüggvények deriváltja: Konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja. Inverz függvény deriváltja. Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.) Magasabbrendű deriváltak. *Matematikatörténet*: Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.	rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.
A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata. – Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. – Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása. Középértéktételek. Rolle- és Lagrange-tétel. (Szemléletes kép.)	*Fizika*: fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.
Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata.	
Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel.	

Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása. A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.	*Fizika*: Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvényfolytonosság, - határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**Integrálszámítás, térgeometria**	**Órakeret 46 óra**
Előzetes tudás	Folytonos függvények fogalma. Területszámítás elemei. Sorozatok, véges sorok. Differenciálási szabályok ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az integrálszámítás módszereivel találkozva a közelítő módszerek ismeretének bővítése. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén. Áttekintő képet kialakítása a térgeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	**Kapcsolódási pontok**
A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből. A területszámítás módszereinek áttekintése. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.)	
A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből. A térfogatszámítás áttekintése. A térfogatszámítás néhány új eleme. Cavalieri-elv, a gúla térfogata.	

Csonkagúla térfogata. Érintőpoliéderek térfogata. Alakzatok felszíne, hálója. Csonkakúp felszíne. Gömb felszínének levezetése (Heurisztikus, nem precíz módszerrel.)	
Térgeometria elemei. Tetraéderekre vonatkozó tételek. (Van-e beírt, körülírt gömbje, súlypontja, magasságpontja?) Ortogonális tetraéder. Tetraéder és paralelepipedon. Euler-féle poliéder-tétel. (Bizonyítás nélkül.) Szabályos testek.	*Kémia*: kristályok. *Művészetek*: szimmetriák.
Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.	
Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése. A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása.	*Informatika*: számítógépes szoftver használata.

Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére. *Matematikatörténet*: Bernhard Riemann.	
Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.	*Fizika:* A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.
Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál: – hatványfüggvény, polinomfüggvény, – trigonometrikus függvények, – exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. A Newton-Leibniz-tétel. Integrálási módszerek: Integrálás helyettesítéssel. *Matematikatörténet*: Newton, Leibniz, Euler.	
Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása. Forgástest térfogatának meghatározása.	*Fizika:* Potenciál, munkavégzés elektromos, illetve gravitációs erőtérben. Váltakozó áram

Henger, kúp, csonkakúp, gömb, gömbszelet térfogata. Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek.	munkája, effektív áram és feszültség. Newton munkássága.
Néhány egyszerűbb improprius integrál. Néhány hatványsor. (Formális meghatározás integrálással.) Hatványsorok szerepe a matematikában, fizikában, informatikában. Hogyan számolnak az egyszerű számológépek 12 jegy pontossággal?	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel. Felszín, térfogat, forgástestek, csonkagúla, csonkakúp, gömb.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	**Rendszerező összefoglalás**	**Órakeret 63 óra**
Előzetes tudás	A 4 év matematika-tananyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerzés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között. Elemzőkészség, kreativitás fejlesztése. Felkészítés a felsőfokú oktatásra.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Gondolkodási módszerek *Halmazok, matematikai logika* Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. Végtelen halmazok elmélete; számosságok. Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Univerzális és egzisztenciális kvantor. *Kombinatorika, gráfok, algoritmusok* Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel. Pascal háromszög. Elemi gráfelméleti ismeretek. Euler-féle poliédertétel. A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása. Nevezetes sejtések.	*Filozófia*: gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.
Algebra és számelmélet *Műveletek kifejezésekkel* Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok. A hatványozás azonosságai. Matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv. Gyökös kifejezések átalakításai. Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai. *Számelmélet* Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal. Prímszámok. Oszthatósági feladatok megoldása. *Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek* Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Polinomok algebrája. Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.	*Fizika; kémia*: számítási feladatok megoldása.
Geometria *Geometriai alapfogalmak* Térelemek köcsönös helyzete, távolsága, szöge. *Geometriai alakzatok, bizonyítások* Nevezetes ponthalmazok.	*Művészetek*: szimmetriák, aranymetszés.

Síkidomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík- és térgeometriai tételek. *Geometriai transzformációk* Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben. *Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria* Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. Matematikai fogalmak fejlődésének követése. Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. Hegyesszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel. A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása. Trigonometrikus azonosságok. Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei. A kúpszeletek definíciója, egyenleteik. *Geometriai mértékek* A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik. A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai. A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai. Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.	*Informatika*: számítógépes geometriai programok használata.
Függvények, sorozatok, az analízis elemei *Függvények* A függvény fogalma. Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények. Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint. Függvénytranszformációk. Valós folyamatok elemzése függvénytani modellek szerint. *Sorozatok, sorok* A sorozat fogalma. Számtani, mértani sorozat. Rekurzióval megadott egyéb sorozatok. Sorozatok monotonitása, konvergenciája. A végtelen mértani sor. *Analízis* Függvények korlátossága és monotonitása. Függvény határértéke, folytonossága. Differenciálhányados, derivált függvény. Differenciálisi szabályok. L'Hospital-szabály. Függvényvizsgálat differenciálás segítségével. Szélsőérték-meghatározási módok. A tanult függvények primitív függvényei. Integrálási módszerek.	*Informatika*: számítógépes programok használata függvények ábrázolására, vizsgálatára. *Fizika*: Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.

A határozott integrál. Newton–Leibniz-tétel. A határozott integrál alkalmazásai. Improprius integrál.	
Valószínűségszámítás, statisztika Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás. Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer. A matematika különböző területeinek öszekapcsolása: Boole-algebra. Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása. Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság. A valószínűség kiszámítási módjai. Feltételes valószínűség. Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján. Szerepük a mindennapi életben. A véletlen szabályszerűségei, a nagy számok törvénye. A közvéleménykutatás elemei.	*Informatika*: táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata. *Fizika:* fizikai jelenségek valószínűség-számítási modellje.
Motivációs témakörök Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról.) Matematikusokkal kapcsolatos történetek. Matematika alapú játékok. Logikai feladványok, konstrukciós feladatok. A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.	*Informatika*: könyvtárhasználat, internethasználat.

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	*Gondolkodási és megismerési módszerek* – Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése. – A kombinatorikai problémák rendszerezése. – Bizonyítási módszerek áttekintése. – A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. *Számelmélet, algebra* – A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából.

	– Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése. – A számológép biztos használata. *Geometria* – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták. – Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata. – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. – A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. – Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. – Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. *Függvények, az analízis elemei* – Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Függvénytranszformációk. – Exponenciális folyamatok matematikai modellje. – A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok. – Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. – Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése. – A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával. – Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása. *Valószínűség, statisztika* – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja. – Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.

A továbbhaladás feltételei

A magasabb évfolyamba lépés feltétele a legalább elégséges (2) osztályzat elérése, amelyhez az iskola helyi tantervében szereplő ismeretek, fejlesztési követelmények legalább 30%-nak teljesítése szükséges. A közepes (3) osztályzat eléréséhez az iskola helyi tantervében szereplő ismeretek, fejlesztési követelmények legalább 50%-nak, a jó (4) osztályzathoz legalább 70%-nak, a jeles (5) osztályzathoz legalább 85%-nak teljesítése szükséges.

Az osztályozó vizsga követelményei

A sikeres osztályozó vizsga feltétele a legalább elégséges (2) osztályzat, amelyhez az adott évfolyam tantervében szereplő ismeretek, fejlesztési követelmények legalább 30%-nak teljesítése szükséges. A közepes (3) osztályzat eléréséhez az iskola helyi tantervében szereplő ismeretek, fejlesztési követelmények legalább 50%-nak, a jó (4) osztályzathoz legalább 70%-nak, a jeles (5) osztályzathoz legalább 85%-nak teljesítése szükséges.

A tanulók ellenőrzési formái

A tanulók munkájának folyamatos ellenőrzése, felügyelete elengedhetetlen feltétele a zökkenőmentes továbbhaladásnak. Ezért az órák többségében ellenőrizzük a diákok otthon elvégzett munkáját, az esetleges hibákat megvitatjuk, ha szükséges, más szemszögből is megközelítjük a felmerülő problémákat. Órai egyéni és csoportos munkájukat diagnosztikus méréssel ellenőrizzük. Nagyobb fejezetek lezárásakor témazáró dolgozatokkal mérjük diákjaink tudásszintjét, kompetenciáját. Ezekre a dolgozatokra kapott érdemjegyek kétszeresen számítanak. A témazáró dolgozatok száma általában megegyezik a heti óraszámmal, de lehet ennél több is. A matematikai nyelvezet pontos, szabatos használatának elsajátításához fontos a szóbeli feleltetés is, de az idő jobb kihasználása miatt gyakrabban alkalmazzuk az írásbeli feleltetést. 12. évfolyamon próbaérettségi dolgozatok írása elengedhetetlen.

Középszintű érettségi témakörök

1. GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK, HALMAZOK, LOGIKA, KOMBINATORIKA, GRÁFOK

1.1. HALMAZOK

1.1.1. Halmazok megadásának módjai
1.1.2. Halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges, végtelen halmazok, komplementer halmaz
1.1.3. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség
1.1.4. Ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
1.1.5. Véges halmazok elemeinek száma

1.2. MATEMATIKAI LOGIKA

1.2.1. A kijelentés fogalma.
1.2.2. Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.
1.2.3. „Minden”, „van olyan” kvantorok.
1.2.4. „Szükséges”, „elégséges”, és „szükséges és elégséges” feltételek

1.3. KOMBINTORIKA

1.3.1. Permutáció, variáció, kombináció (ismétlés nélküli, ill. ismétléses)

1.4. GRÁFOK

1.4.1. Egyszerűbb szituációk megoldása gráfok segítségével

2. SZÁMELMÉLET, ALGEBRA

2.1. **ALAPMŰVELETEK** (összeadás, kivonás, szorzás, osztás) műveleti azonosságai, számolás fejben, írásban és zsebszámológéppel

2.2. OSZTHATÓSÁG

2.2.1. Osztó, többszörös, prímszám, összetett szám fogalma
2.2.2. Prímtényezős felbontás. A számelmélet alaptétele. Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös fogalma és kiszámítása, alkalmazása szöveges és gyakorlati feladatokban
2.2.3. Relatív prímek fogalma. A 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályok
2.2.4. Számrendszerek. Számok átírása 10-es számrendszerből 2-esbe, és viszont

2.3. SZÁMHALMAZOK.

2.3.1. **N**, **Z**, **Q**, **Q***, **R** halmazok fogalma. A valós számok és a számegyenes kapcsolata.

2.4. ABSZOLÚTÉRTÉK, NORMÁLALAK.

2.4.1. Számok abszolútértékének fogalma.
2.4.2. Számok normálalakja.

2.5. HATVÁNY, GYÖK, LOGARITMUS

2.5.1. Hatványozás fogalma pozitív egész, 0, negatív egész, valamint törtkitevő esetén. A hatványozás azonosságai

2.5.2. Az n-edik gyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai

2.5.3. A logaritmus fogalma, azonosságai

2.6. ALGEBRAI KIFEJEZÉSEK

2.6.1. Polinom fokszáma, fokszám szerint rendezett alakja

2.6.2. Nevezetes szorzatok zárójelfelbontásban és szorzattá alakításban: $(a + b)^2$; $(a – b)^2$; $(a + b)^3$; $(a – b)^3$; $a^2 – b^2$

2.7. EGYENES ÉS FORDÍTOTT ARÁNYOSSÁG, SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS

2.8. EGYENLETEK, EGYENLETRENDSZEREK, EGYENLŐTLENSÉGEK

2.8.1. Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalma

Egyenletmegoldási módszerek: mérlegelv, grafikus módszer, új ismeretlen bevezetése stb.

Kétismeretlenes egyenletrendszerek megoldási módszerei

A másodfokú egyenlet általános alakja, diszkrimináns fogalma, megoldóképlet, gyöktényezős alak

Négyzetgyökös egyenletek

2.8.2. Abszolútértékes egyenletek. Exponenciális, logaritmikus, trigonometrikus egyenletek

2.8.3. Középértékek

2.8.3.1. Két pozitív szám számtani és mértani közepe, kapcsolatuk

3. FÜGGVÉNYEK, SOROZATOK

3.1. FÜGGVÉNYEK

3.1.1. A függvény fogalma. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, szigorúan monoton növekedés, csökkenés fogalma

3.1.2. Elsőfokú, másodfokú, abszolútérték-, négyzetgyökfüggvény, lineáris törtfüggvény, trigonometrikus, exponenciális és logaritmikus függvények ábrázolása és jellemzése

3.1.3. Függvények ábrázolása függvénytranszformációkkal

3.2. SOROZATOK

3.2.1. Számsorozat fogalma.

3.2.2. Számtani és mértani sorozat fogalma.

4. GEOMETRIA, KOORDINÁTAGEOMETRIA, TRIGONOMETRIA

4.1. GEOMETRIAI FOGALMAK

4.1.1. Szög fogalma, szögfajták, nevezetes szögpárok. Térelemek távolsága, szöge.

4.1.2. Kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalma

4.2. GEOMETRIAI TRANSZFORMÁCIÓK

4.2.1. Egybevágósági transzformációk: tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, eltolás, pont körüli forgatás fogalma, tulajdonságai

A háromszögek egybevágóságának alapesetei
Alakzatok tengelyes, középpontos szimmetriája és forgásszimmetriája
4.2.2. Hasonlósági transzformációk
4.2.2.1. A háromszögek hasonlóságának alapesetei
4.2.2.2. Hasonló síkidomok területének aránya, hasonló testek térfogatának aránya

4.3. ALAKZATOK

4.3.1. Síkbeli alakzatok
4.3.1.1. Háromszögek
4.3.1.1.1. Háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
4.3.1.1.2. Háromszög-egyenlőtlenség, belső, külső szögek összege, összefüggés a szögek és oldalak között
4.3.1.1.3. Speciális háromszögek (egyenlő szárú, szabályos) fogalma és tulajdonságai
4.3.1.1.4. Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek fogalma, rájuk vonatkozó tételek (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, beírt kör)
4.3.1.1.5. Pitagorasz-tétel és megfordítása
4.3.1.1.6. Magasság- és befogótétel
4.3.1.2. Négyszögek
4.3.1.2.1. Speciális négyszögfajták (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) fogalma, tulajdonságaik
4.3.1.2.2. Négyszögek belső és külső szögeinek összege
4.3.1.3. Sokszögek
4.3.1.3.1. Konvex sokszögek átlóinak száma, belső és külső szögeinek összege
4.3.1.3.2. Szabályos sokszög fogalma.
4.3.1.4. Kör
4.3.1.4.1. A kör és részei (körcikk, körszelet)
4.3.1.4.2. Szögek mérése fokban és radiánban
4.3.1.4.3. Középponti szög kapcsolata a hozzá tartozó körív hosszával, valamint a hozzá tartozó körcikk területével
4.3.1.4.4. Thalész-tétele és annak megfordítása
4.3.2. Térbeli alakzatok
4.3.2.1. Téglatest, kocka, hasáb, forgáshenger, forgáskúp, gúla, hasáb, gömb, csonkagúla, csonkakúp ismerete

4.4. VEKTOROK

4.4.1. A vektor fogalma, abszolútértéke, nullvektor, ellentett vektor
Vektorok összege, különbsége, vektor szorzása számmal
Skaláris szorzat definíciója, tulajdonságai
Vektor koordinátái, vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái, vektorok összeadása, kivonása, számmal való szorzása, skaláris szorzása koordináta-rendszerben

4.5. TRIGONOMETRIA

4.5.1. Hegyesszögek szögfüggvényei derékszögű háromszögben

Szögfüggvények általános definíciója
Szögfüggvények közötti összefüggések (pótszögek szögfüggvénye, pitagoraszi összefüggés stb.)
Nevezetes szögek (30°, 45°, 60°) szögfüggvényei
A szinusz- és a koszinusztétel kimondása és alkalmazása

4.6. KOORDINÁTAGEOMETRIA

4.6.1. Pontok, vektorok

4.6.1.1. Vektor koordinátái, abszolútértéke
4.6.1.2. Két pont távolsága, szakasz felezőpontjának felírása, alkalmazása
4.6.1.3. Háromszög súlypontjának koordinátái

4.6.2. Az egyenes

4.6.2.1. Az egyenes egyenletének felírása különböző adatokból
4.6.2.2. Egyenesek metszéspontjának számítása
4.6.2.3. Egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételei

4.6.3. A kör

4.6.3.1. Adott középpontú, sugarú körök egyenletének felírása

4.7. KERÜLET, TERÜLET

Kerület, terület szemléletes fogalma
Háromszög területének kiszámítása különböző adatokból. (min. 2 módszer)
Nevezetes négyszögek területének számítása
Szabályos sokszögek kerületének, területének számítása
Kör, körcikk, körszelet kerülete, területe

4.8. FELSZÍN, TÉRFOGAT

4.8.1. Felszín, térfogat szemléletes fogalma
4.8.2. Hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb felszínének és térfogatának kiszámítása képletbe való behelyettesítéssel

5. VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS, STATISZTIKA

5.1. STATISZTIKA

Kördiagram, oszlopdiagram készítése, értelmezése.
Átlag, medián, módusz fogalma

5.2. VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS

Klasszikus valószínűség
Visszatevéses mintavétel